



SEÇÃO: EPISTEMOLOGIA E FILOSOFIA DA LINGUAGEM

Informação: mundos possíveis e seus duais

Information: possible worlds and their duals

Información: mundos posibles y sus duales

Frank Thomas Sautter¹

orcid.org/0000-0003-3033-9518
ftsautter@ufsm.br

Recebido em: 6/3/2020.

Aprovado em: 23/5/2020.

Publicado em: 12/01/2021.

Resumo: Formulações da validade dedutiva clássica costumam recorrer explicitamente a modalidades: por exemplo, um argumento é classicamente dedutivamente válido se, e somente se, *necessariamente* se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também é verdadeira. Não é possível abolir completamente esse apelo ao discurso modal, porque a lógica clássica é o domínio das possibilidades. Não obstante, pode-se, por intermédio de uma semântica informacional, evitar que o usuário da lógica clássica tenha de manipular modalidades, ainda que elas estejam, de algum modo, imbricadas nos *infons* – unidades mínimas de informação. A partir do trabalho pioneiro de Carnap e de Bar-Hillel, apresentarei duas semânticas informacionais: uma delas diretamente relacionada a mundos possíveis, e a outra relacionada aos duais de mundos possíveis.

Palavras-chave: Bar-Hillel. Carnap. Infon. Informação semântica. Modalidades.

Abstract: Formulations of the classical deductive validity often resort explicitly to modalities: for example, an argument is classically deductively valid if, and only if, *necessarily* if the premises are true, the conclusion is also true. It is not possible to completely abolish this appeal to modal discourse; inasmuch classical logic is the domain of possibilities. Nevertheless, through an informational semantics, it is possible to avoid that the user of classical logic has to manipulate modalities, although they are somehow imbricated in the *infons* - minimum information units. From the pioneering work of Carnap and Bar-Hillel, I will present two informational semantics: one directly related to possible worlds, and the other related to the duals of possible worlds.

Keywords: Bar-Hillel. Carnap; Infon. Modalities. Semantic information.

Resumen: Las formulaciones de validez deductiva en la lógica clásica frecuentemente recurren explícitamente a modalidades: por ejemplo, un argumento deductivo es válido si, y solo si, *necesariamente* si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es. No es posible abolir por completo esta apelación al discurso modal, porque la lógica clásica es el dominio de las posibilidades. Sin embargo, es posible, a través de la semántica de información, evitar que el usuario de la lógica clásica tenga que manipular modalidades, aunque de alguna manera estén entrelazadas en *infons*: unidades mínimas de información. Basado en el trabajo pionero de Carnap y Bar-Hillel, presentaré dos semánticas de información: una directamente relacionada con mundos posibles y la otra relacionada con los duales de mundos posibles.

Palabras clave: Bar-Hillel. Carnap. Infon. Información semántica. Modalidades.

Introdução

Kant, em seu período pré-crítico, contrapõe, com respeito a compostos substanciais, "simples" e "mundo": simples é aquilo que se encontra no final da análise, a saber, uma parte que não é um todo, enquanto que mundo é aquilo que se encontra no final da síntese, a saber, um todo que



Artigo está licenciado sob forma de uma licença
[Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

¹ Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, Brasil.

não é uma parte (KANT, 1992, p. 377). Se $PPxy$ é um predicado de primeira ordem cuja interpretação é “ x é uma parte própria de y ”, essas noções podem ser formalmente expressas do seguinte modo:

Definição 1: x é um simples se, e somente se,
 $\neg\exists y PPyx$

Definição 2: x é um mundo se, e somente se,
 $\neg\exists y PPxy$

Se substituirmos a restrição kantiana a compostos substanciais pela restrição a conjuntos de sentenças fechados por consequência lógica, há somente dois tipos de candidatos a mundos: conjuntos fechados por consequência lógica maximalmente consistentes não são partes próprias de quaisquer conjuntos fechados por consequência lógica consistentes,² e conjuntos fechados por consequência lógica inconsistentes também não são partes próprias de quaisquer conjuntos inconsistentes.³ Conjuntos fechados por consequência lógica maximalmente consistentes são denominados, na literatura lógica corrente, “mundos possíveis”.⁴

Mundos possíveis têm uma ampla gama de aplicações na teoria lógica contemporânea; por exemplo, eles aparecem em semânticas para lógicas modais (CHELLAS, 1980).⁵ Neste trabalho retomo uma aplicação dada a eles por Carnap na semântica da lógica clássica, sob a roupagem de informação semântica. Caracterizarei duas semânticas informacionais para a Lógica Proposicional Clássica:⁶ uma delas emprega uma noção negativa de informação, relacionada a mundos possíveis, e a outra emprega uma noção positiva de informação, relacionada a duas de mundos possíveis.

Na próxima seção compararei a abordagem

informacional da lógica à abordagem veritativa tradicional, mostrando os benefícios que uma abordagem informacional pode trazer. Na terceira seção apresentarei as duas noções de informação semântica – uma positiva e a outra negativa; primeiro, eu as apresentarei informalmente, mediante exemplos, depois, eu fornecerei semânticas informacionais – uma positiva e outra negativa – corretas e completas para a Lógica Proposicional Clássica. Nas Considerações Finais indico caminhos ulteriores de pesquisa a serem explorados.

1 Validade veritativa e validade informacional

A validade dedutiva clássica de um argumento é comumente formulada, no sentido das premissas à conclusão, nos seguintes termos:

Definição 3: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, *necessariamente se* as premissas forem verdadeiras, a conclusão também o é.

Equivalentemente, no sentido da conclusão às premissas, a validade dedutiva clássica de um argumento é formulada nos seguintes termos:

Definição 4: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, *necessariamente se* a conclusão for falsa, ao menos uma premissa também o é.⁷

Essas formulações são didaticamente insatisfatórias por diversas razões:

- a) elas não são particularmente iluminadoras: não é infrequente que, mesmo

² Os conjuntos fechados por consequência lógica maximalmente consistentes são casos particulares de conjuntos de Hintikka (conjuntos fechados por consequência lógica consistentes, mas não necessariamente maximais).

³ De fato, na lógica clássica há um único conjunto fechado por consequência lógica que é inconsistente, a saber, o conjunto da totalidade das sentenças.

⁴ No contexto de uma discussão sobre a natureza de mundos possíveis, ADAMS (1974, p. 225) denomina “história-do-mundo” (“world-history”) ao que estamos aqui denominando “mundo possível”: “Let us say that a *world-story* is a maximal consistent set of propositions”.

⁵ Dado que conjuntos de Hintikka (“model sets”, isto é, “conjuntos modelo” na terminologia original de Hintikka) são extensões de mundos possíveis, eles podem ser uma alternativa interessante à modelagem do comportamento de modalidades por mundos possíveis. Mutanen (2014, p. 65) argumenta nessa direção: “A noção de conjunto modelo pode ser usada para analisar noções modelo-teoréticas como as noções de possibilidade ou conhecimento”.

⁶ A abordagem informacional também pode ser aplicada, mas de um modo restrito, à Lógica de Predicados de Primeira Ordem (HINTIKKA, 1964).

⁷ Para um lógico profissional a equivalência da *Definição 4* em relação à *Definição 3* é trivial, mas não para um estudante. Além disso, apresentarei, a seguir, duas formulações de validade dedutiva clássica em termos informacionais, cada qual relacionada a uma dessas definições em termos veritativos.

expostas essas formulações acompanhadas de diversos exemplos positivos e negativos, estudantes, instados a explicar o que é um argumento dedutivamente válido, reinstalem a questão afirmando ser "aquele em que a conclusão é consequência lógica das premissas";

- b) elas são sucintamente apresentadas em termos de "preservação de verdade", mas, ao tentar explicar exatamente o que se quer dizer com isso, frequentemente se apela às informações veiculadas no argumento ou a algum outro expediente assemelhado,⁸ o que indica que uma formulação direta em termos de informação ou algum outro recurso assemelhado é mais proveitosa;
- c) elas recorrem explicitamente a modalidades e não é infrequente estudantes confundirem o escopo dessas modalidades.⁹

A validade dedutiva clássica pode ser formulada em termos informacionais, no sentido da conclusão às premissas, nos seguintes termos:

Definição 5: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, cada infon (unidade mínima de informação) veiculado pela conclusão também é veiculado por ao menos uma premissa.

Equivalentemente, no sentido das premissas à conclusão, a validade dedutiva clássica de um argumento pode ser formulada em termos informacionais nos seguintes termos:

Definição 6: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, cada infon veiculado por todas as premissas¹⁰ também é veiculado pela conclusão.

Essas formulações em termos informacionais são didaticamente melhores do que as formulações em termos veritativos por diversas razões:

- a) a noção de informação, ao contrário da noção de verdade, admite um tratamento mereológico, ou seja, a informação (complexa) veiculada por uma proposição é a soma mereológica de informações (mais simples).¹¹ Essa característica permite um tratamento facilitado de aspectos dinâmicos da argumentação, tais como o conserto de argumentos dedutivamente válidos por fortalecimento de premissas pela inclusão de informação ou por enfraquecimento da conclusão pela exclusão de informação (SAUTTER; SANZ, 2013), bem como o refinamento de argumentos válidos (SAUTTER; MENDONÇA, 2014);
- b) o vínculo mútuo entre a validade dedutiva clássica de um argumento e o seu caráter não ampliativo é imediato na abordagem informacional (ver a *Definição 5* acima);¹²
- c) na abordagem informacional, em qualquer das suas duas variantes apresentadas na próxima seção, o discurso modal, as modalidades, estão codificadas nos infons, não são visíveis aos usuários da lógica, o que significa que o usuário da lógica não precisa manipular modalidades para determinar a validade ou a invalidade dedutiva clássica de argumentos (ver as *Definições 5 e 6* acima, que não recorrem a modalidades, ao contrário das *Definições 3 e 4*).

⁸ Mortari (2016, p. 16), por exemplo, caracteriza o raciocinar, ou fazer inferências, como manipulação de informação disponível. Hintikka e Bachman (1991, p. 12) utilizam a noção de informação para explicar o processo de raciocínio. Esse compõe-se de dois tipos de passo: a) passo interrogativo, no qual nova informação é acrescentada à investigação; e b) passo de inferência lógica, no qual informação prévia é especificada (*spelled out*) na investigação. Em ambos os casos, informação é entendida como "aquilo que torna possível eliminar de uma investigação certas situações alternativas que, de outro modo, poderiam ser pensadas como possíveis" (HINTIKKA; BACHMAN, 1991, p. 12).

⁹ Lewis (2009) argumenta que o próprio Parmênides comete um erro desse tipo em seu célebre Poema. Segundo Lewis (2009, p. 5), Parmênides realiza uma mudança modal não reconhecida, mas ilícita (*unacknowledged but illicit modal shift*) de "Necessariamente, se P então P" para "Se P então necessariamente P".

¹⁰ Infons na interseção dos infons veiculados pelas premissas. Nas *Definições 5 e 6* não são empregadas as mesmas noções de infon – a *Definição 5* utiliza infons positivos e a *Definição 6*, infons negativos; isso será melhor explicado mais adiante no texto.

¹¹ Isso é verdade acerca da variante positiva de informação apresentada na próxima seção. Por exemplo, a informação (complexa) veiculada por $(p \vee q) \supset r$ é a soma mereológica das informações (mais simples) veiculadas por $\neg p \vee q \vee r$, $\neg p \vee \neg q \vee r$ e $p \vee \neg q \vee r$.

¹² Novamente, isso é verdade da variante positiva de informação apresentada na próxima seção.

2 Informação positiva e informação negativa

A palavra "informação" é polissêmica. Entre os significados consagrados e filosoficamente relevantes da palavra "informação" estão a noção frequencial de informação, de Shannon e Weaver, a noção de informação como nível de compressão, de Chaitin, e a noção semântica de informação, de Bar-Hillel e Carnap (ADRIAANS, 2019). Essa última é a noção utilizada aqui para esclarecer as noções de validade informacional propostas na seção anterior. A definição geral de informação (semântica) proposta por Floridi (2019) é constituída por três notas características: σ é uma instância de informação (semântica) se, e somente se, σ consiste de um ou mais dados, os dados de σ são bem-formados, e os dados bem-formados em σ são significativos (*meaningful*). Uma quarta nota característica é objeto de controvérsia na literatura e é conhecida como *Tese da Veracidade* (*Veridicality Thesis*): os dados de σ são verídicos (*truthful*). A definição geral de informação acrescida da Tese da Veracidade caracteriza a noção de informação fortemente semântica, enquanto a rejeição da Tese da Veracidade caracteriza a noção de informação fracamente semântica. Floridi e outros pensadores, cujos interesses na aplicação da noção de informação não estão dirigidos exclusiva ou preponderantemente às questões lógicas, utilizam a noção de informação fortemente semântica. Entre os lógicos predomina a utilização da noção de informação fracamente semântica. Neste trabalho utilizarei somente a noção de informação fracamente semântica.

Apresentarei, a seguir, duas noções de informação fracamente semântica e as utilizarei em semânticas informacionais para a Lógica Proposicional Clássica: uma noção positiva de informação fracamente semântica, vinculada à Forma Normal Conjuntiva, a duais de mundos possíveis e à *Definição 5* da seção anterior, e uma noção negativa de informação fracamente semântica, vinculada à Forma Normal Disjuntiva, a mundos possíveis e à *Definição 6* da seção anterior.

Primeiro, elas serão apresentadas mediante exemplos; depois, elas serão formalmente caracterizadas.

Suponha que se quer avaliar quanto à validade dedutiva a seguinte instância de silogismo hipotético: o argumento cujas premissas são $p \supset q$ e $q \supset r$, e cuja conclusão é $p \supset r$.

Na variante positiva de informação fracamente semântica procedemos do seguinte modo:

- a) Obtemos os equivalentes em forma normal conjuntiva completa (FNCC) com respeito às sentenças atômicas do argumento. Resulta o argumento cujas premissas são $(\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r)$ e $(p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$, e cuja conclusão é $(\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$. Convém esclarecer alguns pontos:

- os conjuntivos da FNCC constituem os infons (unidades mínimas de informação) positivos veiculados pelas sentenças do argumento.¹³ Os infons positivos são mundos possíveis relativamente à linguagem na qual o argumento é expresso. No exemplo em foco, cada sentença do argumento veicula dois infons positivos,

- a forma normal *completa* é requerida porque os infons positivos das sentenças precisam ser comparados na avaliação da validade dedutiva do argumento,

- não há forma normal conjuntiva para tautologias, se por forma normal conjuntiva entende-se aquela em que os conjuntivos são constituídos por exatamente um elemento de cada literal (uma sentença atômica ou sua negação). Esse caso especial pode ser resolvido do seguinte modo: se uma premissa é tautológica, simplesmente se ignora tal sentença; se a conclusão é tautológica, o argumento é dedutivamente válido (o teste de tautologicidade pode ser realizado mediante forma normal disjuntiva).

- b) utiliza-se a *Definição 5* para determinar a validade informacional positiva do

¹³ Em rigor, os conjuntivos são sucedâneos de infons. Não se sabe e não é requerido saber o que exatamente é um infon; é suficiente que os sucedâneos se comportem, para todos os propósitos lógicos, como infons, o que, de fato, ocorre.

argumento. No exemplo em questão, o primeiro infon positivo da conclusão também é um infon positivo da primeira premissa, e o segundo infon positivo da conclusão também é um infon positivo da segunda premissa. Portanto, o argumento é *informação positiva válido*.

Na variante negativa de informação fracamente semântica procedemos do seguinte modo:

- a) obtemos os equivalentes em forma normal disjuntiva completa (FNDC) com respeito às sentenças atômicas dos argumentos. Resulta o argumento cujas premissas são: $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ e $(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$, e cuja conclusão é $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$. Tal como fiz com respeito à variante positiva, convém esclarecer os seguintes pontos dessa variante negativa:

- os disjuntivos da FNDC constituem os infons negativos¹⁴ veiculados pelas sentenças dos argumentos. Os infons negativos são duais de mundos possíveis relativamente à linguagem na qual o argumento é expresso. No exemplo em foco, cada sentença do argumento veicula seis infons negativos,¹⁵

- a forma normal completa é requerida porque os infons negativos das sentenças precisam ser comparados

na avaliação da validade dedutiva do argumento,

- não há forma normal disjuntiva para contraditórias, se por forma normal disjuntiva entende-se aquela em que os disjuntivos são constituídos por exatamente um elemento de cada literal (uma sentença atômica ou sua negação). Esse caso especial pode ser resolvido do seguinte modo: se uma premissa é contraditória, o argumento é dedutivamente válido; se a conclusão é contraditória, o argumento somente é dedutivamente válido se a conjunção das premissas for contraditória (o teste de contraditoriedade pode ser realizado mediante forma normal conjuntiva).

- b) utiliza-se a *Definição 6* para determinar a validade informacional negativa do argumento. No exemplo em questão, os infons negativos comuns às duas premissas são $(p \wedge q \wedge r)$, $(\neg p \wedge q \wedge r)$, $(\neg p \wedge \neg q \wedge r)$ e $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$, e eles também são infons negativos da conclusão. Portanto, o argumento é *informação negativa válido*.

Há antecedentes das noções positiva e negativa de informação fracamente semântica nas obras de Bar-Hillel e Carnap. À noção negativa de informação fracamente semântica corresponde a noção de descrição de estado (state-description)¹⁶ e à noção positiva de informação fracamente semântica corresponde a noção de elemento de conteúdo (content-element).¹⁷

As versões formais de semânticas informacio-

¹⁴ Os infons negativos correspondem aos elementos de conteúdo de Bar-Hillel e Carnap (1953) (tratarei disso mais adiante no texto). A respeito desses, Bar-Hillel e Carnap (1953, p. 149) afirmam: "Os elementos de conteúdo são as sentenças fatuais mais fracas de $L_n \Pi$ porque a única sentença L-implicada por um elemento de conteúdo é esse mesmo elemento de conteúdo." Ou seja, os infons negativos são as sentenças mais fracas que podem ser formuladas na linguagem na qual o argumento é expresso. De modo semelhante, os infons positivos correspondem às sentenças mais fortes que podem ser formuladas na linguagem na qual o argumento é expresso (mais adiante no texto compararei os infons positivos às descrições de estado de Bar-Hillel e Carnap (1953)).

¹⁵ É quase desnecessário observar que a "prolixidade" da variante negativa em relação à variante positiva é casual, ou seja, em outros exemplos a situação pode se inverter.

¹⁶ Carnap (1956, p. 9) define uma descrição de estado do seguinte modo: "Uma classe de sentenças em S, que contém para cada sentença atômica ela ou sua negação, mas não ambas, e nenhuma outra sentença, é denominada uma descrição de estado em S, L_n ." Ele acrescenta à definição o vínculo dela com a tradição filosófica: "Assim, descrições de estado representam os mundos possíveis de Leibniz ou os estados de coisas possíveis de Wittgenstein" (CARNAP, 1956, p. 9). Carnap e Bar-Hillel (1952, p. 5) também vinculam descrições de estado a mundos possíveis do seguinte modo: "Assim, uma descrição de estado descreve completamente um estado possível do universo do discurso em questão."

¹⁷ Bar-Hillel e Carnap (1953, p. 148) caracterizam um elemento de conteúdo do seguinte modo (em relação à Lógica de Predicados): "Uma disjunção que, para cada uma das Π n sentenças atômicas, contém essa sentença ou sua negação (mas não ambas) como um componente, será denominada um *elemento de conteúdo*." Carnap e Bar-Hillel (1952, p. 9) relacionam descrições de estado e elementos de conteúdo do seguinte modo: "Um elemento de conteúdo é definido como a negação de uma descrição de estado [...]." Essa relação entre descrições de estado e elementos de conteúdo implica na seguinte leitura de ambos: "Assim como uma descrição de estado diz o máximo (*the most*) que pode ser dito em um dado universo do discurso, a menos de uma contradição, assim um elemento de conteúdo diz o mínimo (*the least*), a menos de uma tautologia" (CARNAP; BAR-HILLEL, 1952, p. 10).

nais positiva e negativa são obtidas do seguinte modo: seja A^+ o conjunto das sentenças atômicas, A^- o conjunto das negações das sentenças atômicas, e $L = A^+ \cup A^-$ o conjunto dos literais. Define-se a seguinte família de conjuntos de literais que servirá de substrato tanto aos infons positivos como aos infons negativos:

Definição 7: $U = \{c \in \wp(L) : \forall x \in A^+ (x \in c \equiv \neg x \notin c)\}$

A semântica informacional positiva decorre das seguintes definições:

Primeiro, define-se recursivamente a informação positiva (I^+) de uma sentença:

Definição 8: A informação positiva (I^+) de uma sentença é dada pelas seguintes cláusulas:

- $I^+(\alpha) = \{c \in U : \alpha \in c\}$, se α é uma sentença atômica.
- $I^+(\alpha \wedge \beta) = I^+(\alpha) \cap I^+(\beta)$
- $I^+(\neg\alpha) = U - I^+(\alpha)$

Define-se, em seguida, a relação de consequência informacional positiva (\vdash^+) do seguinte modo:

Definição 9: $\Gamma \vdash^+ \alpha$ se, e somente se, $I^+(\alpha) \subseteq \cup\{I^+(\beta) : \beta \in \Gamma\}$.

A semântica informacional negativa decorre das seguintes definições:

Primeiro, define-se recursivamente a informação negativa (I^-) de uma sentença:

Definição 10: A informação negativa (I^-) de uma sentença é dada pelas seguintes cláusulas:

- $I^-(\alpha) = \{c \in U : \alpha \in c\}$, se α é uma sentença atômica.
- $I^-(\alpha \vee \beta) = I^-(\alpha) \cap I^-(\beta)$
- $I^-(\neg\alpha) = U - I^-(\alpha)$

Define-se, em seguida, a relação de consequência informacional negativa (\vdash^-) do seguinte modo:

Definição 11: $\Gamma \vdash^- \alpha$ se, e somente se, $\cap\{I^-(\beta) : \beta \in \Gamma\} \subseteq I^-(\alpha)$.

Dado o caráter pouco intuitivo dessa última definição, ela merece um esclarecimento. Os infons negativos veiculados por uma sentença representam cenários nos quais a sentença é verdadeira, portanto, os infons negativos associados a um conjunto de sentenças simultaneamente verdadeiras são aqueles que estão na interseção dos conjuntos de infons negativos das sentenças. Isso impõe a seguinte condição de validade dedutiva de um argumento em termos de informação negativa:

Seja $A = \cap\{I^-(x) : x \text{ é premissa do argumento}\}$ e $B = A \cap \{I^-(x) : x \text{ é conclusão do argumento}\}$. O argumento é dedutivamente válido se, e somente se, $A \subseteq B$ ¹⁸, ou seja, $A \subseteq \{I^-(x) : x \text{ é conclusão do argumento}\}$.

Nas provas de correção e completude dessas semânticas informacionais empregarei o sistema correto e completo de Barkley Rosser (1953, p. 55-56). Seja \vdash_{RB} a relação de consequência sintática de Rosser Barkley. Considere as seguintes definições:

Definição 12: O conjunto de sentenças Γ é RB-consistente se, e somente se, não há sentença α tal que $\Gamma \vdash_{RB} \alpha$ e $\Gamma \vdash_{RB} \neg\alpha$.

Definição 13: O conjunto de sentenças Γ é positivo-satisfável se, e somente se, $\cup\{I^+(\alpha) : \alpha \in \Gamma\} \subseteq U$.

Definição 14: O conjunto de sentenças Γ é negativo-satisfável se, e somente se, $\cap\{I^-(\alpha) : \alpha \in \Gamma\} \neq \emptyset$.

A correção ("soundness") relativa às duas semânticas informacionais prova-se de modo tradicional mediante os seguintes teoremas:

Teorema 1: Se $\Gamma \vdash_{RB} \alpha$, então $\Gamma \vdash^+ \alpha$.

Teorema 2: Se $\Gamma \vdash_{RB} \alpha$, então $\Gamma \vdash^- \alpha$.

Nos dois casos prova-se o resultado por indução matemática sobre o comprimento das provas.

A completude ("completeness") relativa às duas semânticas informacionais também se prova de modo tradicional mediante os seguintes teoremas:

¹⁸ Por definição, $B \subseteq A$, portanto o que se exige para a validade dedutiva é que $A=B$.

mas, cuja prova recorre à técnica de Henkin para a extensão de um conjunto consistente a um conjunto maximalmente consistente:

Teorema 3: Todo conjunto de sentenças RB-consistente é positivo-satisfável.

Teorema 4: Todo conjunto de sentenças RB-consistente é negativo-satisfável.

Considerações finais

As semânticas informacionais aqui apresentadas para a Lógica Proposicional Clássica decorrem de formas normais. Isso suscita a questão sobre se formas normais para outras lógicas não poderiam prover igualmente semânticas informacionais. Isso poderia ocorrer, inclusive, sob a forma de uma realização parcial de formas normais. Por exemplo, Fine (1975) apresenta formas normais para lógicas modais de tal modo que para cada grau modal¹⁹ n apresenta-se uma forma normal para a família de fórmulas modais de grau n .

Também se poderia pensar em uma semântica de Kripke que utilizasse, em lugar de mundos possíveis, os duais de mundos possíveis. Nesse caso seria interessante verificar o que ocorre com as propriedades algébricas da relação de acessibilidade entre os duais de mundos possíveis e em que medida elas afetam a caracterização de sistemas modais particulares.

Referências

ADAMS, Robert Merrihew. Theories of Actuality. *Noûs*, New Jersey v. 8, p. 211-231, 1974. <https://doi.org/10.2307/2214751>

ADRIAANS, Pieter. Information. In: Edward N. Zalta (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2019 Edition. Stanford, CA: Metaphysics Research Lab, 2019. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spring2019/entries/information>.

BAR-HILLEL, Yehoshua; CARNAP, Rudolf. Semantic information. *The British Journal for the Philosophy of Science*, Oxford, v. 4, n. 4, p. 147-157, Aug. 1953. <https://doi.org/10.1093/bjps/IV.4.147>

BARKLEY ROSSER, John. *Logic for mathematicians*. New York: McGraw Hill, 1953.

CARNAP, Rudolf; BAR-HILLEL, Yehoshua. *An outline of a theory of semantic information*. Technical report no. 247. Cambridge: Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, October 27, 1952.

CARNAP, Rudolf. *Meaning and necessity: a study in semantics and modal logic*. Enlarged edition. Chicago: The University of Chicago, 1956.

CHELLAS, Brian F. *Modal logic: an introduction*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511621192>

FINE, Kit. Normal forms in modal logic. Durham, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, v. XVI, n. 2, Apr. p. 229-237, 1975. <https://doi.org/10.1305/ndjfl/1093891703>

FLORIDI, Luciano. Semantic Conceptions of Information. In: Edward N. Zalta (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2019 Edition. Stanford, CA: Metaphysics Research Lab, 2019. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spring2019/entries/information-semantic/>.

HINTIKKA, Jaakko. Distributive Normal Forms and Deductive Interpolation. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, Duisburg, v. 10, p. 185-191, 1964. <https://doi.org/10.1002/malq.19640101302>

HINTIKKA, Jaakko; BACHMAN, James. *What If...? Toward Excellence in Reasoning*. Mountain View, London: Mayfield Publishing Company, 1991.

KANT, Immanuel. On the form and principles of the sensible and the intelligible world (Inaugural dissertation) (1770). In: WALFORD, David; MEERBOTE, Ralf. *Theoretical philosophy, 1755-1770*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. p. 373-400.

LEWIS, Frank A. Parmenides' Modal Fallacy. *Phronesis*, Leiden, v. 54, p. 1-8, 2009. <https://doi.org/10.1163/156852808X375228>

MORTARI, Cezar A. *Introdução à Lógica*. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2016.

MUTANEN, Arto. Possible-worlds semantics, fiction, and creativity. *Metodički ogleđi*, Zagreb, v. 21, n. 2, p. 53-69, 2014

SAUTTER, Frank Thomas; SANZ, Wagner de Campos. Teorias axiomáticas: o problema da ampliação da base., *Fundamento: Revista de Pesquisa em Filosofia*, Ouro Preto, n. 6, p. 11-21, jan./jun. 2013.

SAUTTER, Frank Thomas; MENDONÇA, Bruno Ramos. Argumentos exuberantes e sua retificação., *Analytica*, Rio de Janeiro, v. 18, n. 2, p. 109-121, 2014.

Frank Thomas Sautter

Doutor em Filosofia pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), em Campinas, SP, Brasil; professor na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), em Santa Maria, RS, Brasil.

¹⁹ O grau modal de uma fórmula modal determina o grau máximo de iteração de modalidades nessa fórmula; por exemplo, o grau modal de $(\forall p \supset \forall q)$ é 1, enquanto o grau modal de $\forall(p \supset \forall q)$ é 2.

Endereço para correspondência

Frank Thomas Sautter

Programa de Pós-Graduação em Filosofia – UFSM

Av. Roraima, 1000, prédio 74-A, sala 2308, CEP 97105-900

Santa Maria, RS, Brasil