Educação Por Escrito

ARTIGO

http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito
https://doi.org/10.15448/2179-8435.2019.1.31551

O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da Investigação Matemática

The calculation of diagonals in the elementary school through mathematical research

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[1]
Sabrina Monteiro[1]
Marli Teresinha Quartieri[1]
Ieda Maria Giongo[1]
Marisa Cristina Gorgen[1]
[1]Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, RS, Brasil.

ISSN 2179-8435

RESUMO

O ensino da Matemática nas escolas comumente vem se apresentando de forma fragmentada e mecânica, em uma reprodução de fórmulas, colocando o aluno em uma condição passiva e pouco reflexiva. Assim, neste artigo, são narrados resultados decorrentes das atividades de Investigação Matemática envolvendo o cálculo de diagonais. Essas foram desenvolvidas com um grupo de docentes dos Anos Iniciais e de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental de escolas parceiras de um município da Região do Vale do Taquari, no Rio Grande do Sul. O intuito das atividades foi buscar formas desafiadoras para trabalhar a Matemática em sala de aula, onde o professor atuasse como articulador dos processos de ensino e de aprendizagem, e o aluno, como protagonista na produção do seu conhecimento. A coleta de dados ocorreu por meio do uso de gravações, de observações dos pesquisadores, além das resoluções apresentadas nas atividades escritas. Constatou-se que as atividades propostas favoreceram os debates e a construção conjunta de conjecturas diversas, que foram testadas, comprovadas e socializadas no grande grupo, rompendo com concepções de certo e errado. Os dados apontaram dificuldades e desconforto de alguns docentes pela maneira, aberta e criativa, da proposta investigativa. Em síntese, percebeu-se que as atividades investigativas exploradas serviram para repensar e intensificar o ensino da Matemática, em particular, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Polígonos. Diagonais. Investigação Matemática. Anos Iniciais. Formação continuada.

ABSTRACT

The teaching of mathematics in schools has been presented in a fragmented and mechanical way, in a reproduction of formulas, placing the student in a passive and not reflective condition. Thus, in this article, are narred results from the activities of Mathematical Investigation involving the calculation of diagonals. These were developed with a group of teachers originating from the Elementary School from partner schools of a municipality in the Taquari Valley Region in Rio Grande do Sul. The purpose of the activities was to seek challenging ways to work on mathematics in where the teacher acts as an articulator of the teaching and learning processes, and the student, as protagonist in the production of his knowledge. Data collection took place through the use of recordings, observations of the researchers and the resolutions presented in written activities. It was found that the proposed activities favored the debates and the jointly build of diverse conjectures, which were tested, proven and socialized in the large group, breaking with conceptions of right and wrong. The data pointed out difficulties and discomfort of some teachers by the open and creative way of the investigative proposal. In summary, it was found that the research activities explored served to rethink and intensify the teaching of Mathematics, particularly in the Elementary School.

Keywords: Polygons. Diagonals. Mathematical Investigation. Elementary School. Continuous Training.

Contextualização

No contexto atual da Educação, há a necessidade de novas estratégias para a abordagem dos conteúdos que compõem o currículo do ensino de Matemática nas escolas de Educação Básica. Nessa perspectiva, o projeto intitulado “Ciências Exatas da Escola Básica ao Ensino Superior” tem como objetivo geral promover movimentos e rupturas no currículo escolar das disciplinas de Matemática, Química e Física, usualmente presentes nas escolas de Educação Básica e em cursos de Ensino Superior. Participam do referido projeto um grupo de bolsistas da graduação, mestrandos, doutoranda, professores voluntários da Escola Básica e pesquisadores da Universidade do Vale do Taquari – Univates. Como objetivos específicos, em relação à Matemática, o grupo se propõe a: a) investigar os aspectos relativos ao ensino-aprendizagem-avaliação de Geometria e de Álgebra na visão do grupo de professores parceiros da pesquisa; b) planejar, desenvolver e avaliar com os docentes atividades exploratório-investigativas, com ênfase na Geometria e na Álgebra, para posterior exploração com os estudantes; e c) analisar, conjuntamente com os docentes envolvidos, as estratégias utilizadas pelos estudantes de quarto e quintos anos na resolução das atividades exploratórias investigativas e os seus “atravessamentos” culturais e investigar quais aprendizagens teórico-metodológicas são desencadeadas pelos docentes participantes.

Este texto tem o intuito de socializar alguns resultados decorrentes do segundo objetivo específico acima descrito. Para tanto, o grupo de pesquisadores estudou e elaborou atividades com ênfase na Investigação Matemática com a pretensão de explorá-las em encontros de formação com professores dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental de um município parceiro, pertencente ao Vale do Taquari, no Rio Grande do Sul.

A Investigação Matemática aborda atividades de caráter exploratório que estimulam no aluno a busca das informações para a sua compreensão e resolução, competências necessárias em diversas situações da vida cotidiana. Ao levá-la à sala de aula, é preciso iniciar com uma seleção de atividades que sejam interessantes, com situações que contenham questões abertas e que estimulem o pensamento matemático. Nessa perspectiva, iniciou-se o trabalho selecionando atividades de Geometria e de Álgebra com a preocupação de fazer aproximações com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 121) a qual trata de um eixo que "[...] contribui não apenas para aumentar o raciocínio lógico, mas, principalmente, o poder de resolver que dependem de um novo tipo de compreensão das informações disponíveis para gerar modelos de resolução".

As atividades selecionadas e reorganizadas foram desenvolvidas com docentes em horários destinados à formação continuada ou à reunião pedagógica. Os conteúdos matemáticos abordados fazem parte do currículo escolar. Com essa prática, buscaram-se formas estimulantes e desafiadoras para trabalhar Álgebra e Geometria na sala de aula, onde o professor atuasse como articulador dos processos de ensino e de aprendizagem, e o estudante, como protagonista na produção do seu conhecimento.

Portanto, objetivava-se demonstrar a viabilidade do uso da Investigação Matemática nos Anos Iniciais, despertando já nesse nível de escolaridade a prática investigativa. Evidencia-se que tais atividades investigativas têm um viés na exploração de conceitos de Álgebra e de Geometria. Entretanto, será socializada apenas uma das atividades exploradas com os professores na formação continuada, cujo intuito era problematizar as diagonais dos polígonos utilizando lãs e linhas. Assim, neste artigo, são relatados e discutidos os resultados decorrentes das atividades de Investigação Matemática envolvendo o cálculo de diagonais.

Referencial teórico

Nesta seção, aborda-se o referencial da Investigação Matemática que sustentou este estudo, alicerçado principalmente nas pressuposições de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Para os referidos autores, existem quatro momentos na realização de uma atividade com abordagem investigativa. Primeiramente, há a exploração e a formulação de questões, que consistem em reconhecer a situação-problema. Depois, organizam-se os dados e se formulam conjecturas, para que, em seguida, possam-se realizar os testes e refiná-las. E, por fim, ocorre o momento em que há a justificação da conjectura, bem como se avalia o raciocínio utilizado.

Partindo desse pressuposto, acredita-se que o uso da Investigação Matemática, desde os Anos Iniciais, possibilita criar empatia com essa prática, bem como com os conteúdos de Álgebra e de Geometria. Ademais, Ponte, Brocardo, Oliveira (2009, p. 13) salientam que "[...] investigar é procurar conhecer o que não se sabe". Assim, pode-se afirmar que uma investigação é a procura de conhecimentos ou de soluções para certos problemas previamente pensados, testados e aplicados em grupos, por meio de um processo sistemático, de maneira organizada e com objetivos claros. Nesse mesmo sentido,

> Nas atividades investigativas o aluno é incentivado a desenvolver sua autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação formulando estratégias, testando suas conjecturas, analisando criticamente os resultados obtidos. Daí vem o caráter de imprevisibilidade deste tipo de atividade exige do professor flexibilidade para lidar com s situações novas que, com grande probabilidade, irão surgir (BANDEIRA; NEHRING, 2011, p. 3).

Por ser uma tarefa aberta em atividades investigativas, os autores supracitados, evidenciam que se conhece o ponto de partida da atividade; porém, não há como prever quais os caminhos que serão percorridos, nem mesmo os resultados atingidos pelos alunos. Entretanto, é importante ressaltar que as atividades investigativas possuem objetivos específicos.

A importância das questões investigadoras também é ressaltada por Skovsmose (2008), de forma que possibilita aos alunos assumirem uma postura emergida em explorações e explicações, desenvolvendo um cenário de investigação que passe a contribuir para um novo ambiente de aprendizagem. Nessa mesma perspectiva, Civiero e Santana (2013, p. 694) destacam que:

> O importante para trabalhar num cenário para investigação é o aceite do aluno. Para tanto, procure instigá-lo à investigação, desperte sua curiosidade quanto ao tema a ser explorado e deixe que o aluno se sinta parte do processo. Por outro lado, após o aluno aceitar o convite é função do professor manter o interesse do aluno, conduzindo o trabalho de forma aberta para que o cenário não migre para o paradigma do exercício.

Nesse sentido, as atividades investigativas têm caráter mais aberto do que os problemas que são comumente trabalhados em sala de aula. Em alusão, Ponte, Branco e Matos (2009) realizaram diversas atividades investigativas que envolveram algumas concepções da Álgebra. Essas questões elaboradas pelos autores foram propostas com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Os nomeados pesquisadores concluíram que algumas tarefas podem desempenhar um papel fundamental para potencializar o pensamento algébrico dos discentes, “[...] desenvolvendo-se a partir de tarefas de cunho exploratório ou investigativo, seja em contexto matemático ou extra matemático” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 15).

Com a finalidade de nortear o ensino brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) surgiu como um documento que define as aprendizagens essenciais ao longo das etapas e das modalidades da Educação Básica. Ademais, apesar da BNCC não tratar especificamente do termo "Investigação Matemática", ela aponta, por meio das competências citadas, a importância de o aluno ser investigador do seu próprio saber; o que pode ser uma das consequências do uso da Investigação Matemática. Cabe destacar que o referido documento conta com oito competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental.

Partindo do pressuposto da competência citada na BNCC, a qual infere que "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2017, p. 265), são perceptíveis os indicativos da tendência da Investigação Matemática. Neste mesmo sentido, faz-se referência ao quarto momento proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), através da produção de "argumentos convincentes", o que vem enfatizado também na quarta competência:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes (BRASIL, 2017, p. 265).

Nesta perspectiva, ainda é possível destacar outra competência. Essa, por sua vez, refere-se diretamente à interação oportunizada pelo trabalho coletivo:

> Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2017, p. 265).

Partindo das preposições apresentadas pela BNCC (BRASIL, 2017), é possível inferir que se faz necessário o professor adotar uma postura de investigador. Aliado a isso, cabe a ele possibilitar aos alunos o espaço de investigação.

Metodologia e dados emergentes

A metodologia aqui descrita é de cunho qualitativo, uma vez que as atividades têm ênfase na Investigação Matemática. Ao tratar de pesquisa qualitativa, precisa-se enfatizar as diversas estratégias de investigação que permitam partilhar determinadas características, consoante com as pressuposições de Biklen e Bogdan (1994). Dessa forma, são perceptíveis os entrecruzamentos possibilitados por esse tipo de metodologia com a tendência explorada, uma vez que permite fazer um estudo de uma determinada situação. Nessa mesma perspectiva, Minayo (1992) ressalta que utilizar a pesquisa qualitativa faculta analisar um universo de significados e ações subjetivas que interferem nos fenômenos do dia a dia.

Com o intuito de explorar as atividades investigativas, o grupo de pesquisadores, semanalmente, durante o primeiro semestre de 2017, reunia-se para pensar e explorar atividades alicerçadas na Investigação Matemática para o ensino de Geometria e de Álgebra. Cabe destacar que as atividades desenvolvidas nos encontros de formação são fruto de planejamentos e de estudos coletivos, sendo que, anterior à pratica com os docentes na formação continuada, todas as atividades foram testadas pelos participantes da equipe de pesquisa.

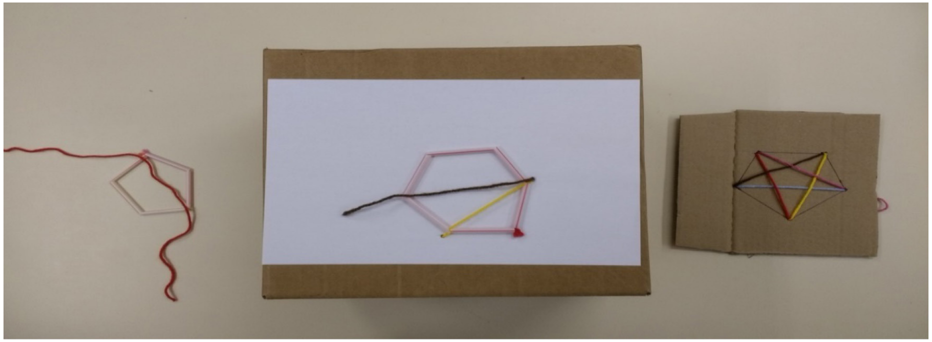
Partindo desse pressuposto, doze atividades foram planejadas para esses encontros, por meio de discussões e estudos dos pesquisadores envolvidos, compartilhando experiências. Nesse sentido, Anastasiou e Alves (2004) destacam que o trabalho em grupo auxilia na construção da autonomia, na exposição, interação e contraposição em diferentes situações.

Posteriormente a isso, as atividades foram desenvolvidas, em quatro encontros de formação continuada, com um grupo de docentes que ministrava aulas nos Anos Iniciais e Finais de Matemática do Ensino Fundamental. Os citados encontros aconteceram sempre em diferentes escolas pertencentes a uma rede municipal na região de abrangência do projeto. Cumpre destacar que, durante a realização das atividades, a coleta de dados ocorreu por meio do uso de gravadores, com o intuito de poder analisar as enunciações dos participantes desde as conjecturas até as generalizações, havendo também o recolhimento das resoluções das atividades nos grupos.

A atividade aqui problematizada envolveu o cálculo de diagonais de figuras geométricas planas, tais como: triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono e octógono. Evidencia-se que essa atividade foi pensada inicialmente pelo grupo de pesquisadores para ser construída com o uso de canudos e linhas. No entanto, percebeu-se que as figuras se mostraram frágeis para o manuseio. Em vista disso, selecionou-se um material que pudesse ter um baixo custo e fácil manuseio. A melhor opção foram os desenhos das figuras planas sobre pedaços de papelão com formato retangular e linhas coloridas para traçar as diagonais conforme a Imagem 1.

Na Imagem 1, visualiza-se o primeiro material testado, o qual constou do uso de canudinhos e linha. Esse tornou-se inviável em função da sua flexibilidade; assim, fixou-se a figura sobre uma base rígida. Diante dessa situação, vislumbrou-se a ideia de desenhar as figuras sobre o papelão. Esse material foi testado para comprovar a sua viabilidade e eficácia.

Imagem 1. Sequência da testagem de materiais.



Fonte: Arquivo dos autores, 2017.

No momento seguinte, partiu-se para a elaboração dos materiais que seriam explorados nos encontros de formação com os professores dos Anos Iniciais. Os pesquisadores envolvidos no processo participaram da confecção do material (Imagem 2) recortando os papelões, desenhando as figuras geométricas, perfurando os vértices e recortando as linhas coloridas.

Imagem. Pesquisadores confeccionando o material para os encontros de formação.

Fonte: Arquivo dos autores, 2017.

Para o encontro de formação com os professores, organizaram-se kits (Imagem 3) contendo pedaços de lã e o papelão com os desenhos das formas geométricas planas. Esses materiais, necessários às práticas investigativas, foram previamente organizados pelos membros de grupo de pesquisa. Cabe destacar que o encontro contou, aproximadamente, com setenta docentes[1].

Imagem 3. Kits com os materiais para os grupos.

Fonte: Arquivo dos autores, 2017

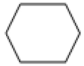
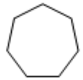
Os professores, organizados em grupos, receberam os "kits" (Imagem 3) contendo os materiais que seriam utilizados no desenvolvimento das atividades e uma folha na qual havia as orientações do trabalho e questões a serem respondidas, conforme Quadro 1. Assim, os grupos iniciaram as atividades manipulando o material e respondendo aos questionamentos sobre os elementos dos polígonos: vértices, lados e diagonais.

[1] Em função de preceitos de ética em pesquisa, doravante os professores pesquisadores serão identificados pela letra "P"; e os professores docentes, com a letra "D".

Quadro 1. Atividade explorada com os professores.

Atividade: Sequência de diagonais

a) Fazer o uso dos barbantes e do papelão para representar as diagonais em cada figura. O fio deverá ser inserido em dois vértices não consecutivos e, ao final, preso ou amarrado. Entende-se que os fios representam as diagonais.

				
Figura 1 Triângulo	Figura 2 Quadrilátero	Figura 3 Pentágono	Figura 4 Hexágono	Figura 5 Heptágono

b) Quantas diagonais você representou na figura 1?

c) Quantas diagonais você representou na figura 2?

d) Quantas diagonais você representou na figura 3?

e) Quantas diagonais você representou na figura 4?

f) Quantas diagonais você representou na figura 5?

g) Completar o quadro a seguir utilizando o raciocínio anterior

Figura	Número de lados	Número de diagonais
Figura 1		
Figura 2		
Figura 3		
Figura 4		
Figura 5		
...		

h) E em uma figura com "n lados", qual o número de diagonais?

Fonte: Elaborado pelos autores, 2017.

Conforme se observa na Imagem 4, os docentes traçaram as diagonais utilizando as linhas e as lãs, passando-as pelos furos dos vértices no papelão. Ao analisar as práticas e as manifestações dos professores participantes nessa atividade, foi possível perceber um desconforto do tipo: *Como? E agora, será que está certo ou errado?* Essa situação é enfatizada nos estudos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), que destacam a preocupação entre o que é considerado "certo" ou "errado", não sendo esse o objetivo único da investigação. É importante, segundo os autores, considerar também o processo de "como" foi pensado para encontrar a resolução de determinada situação.

Imagem 4. Construção das diagonais com lã.

Fonte: Arquivo dos autores, 2017.

Durante as construções das atividades, algumas dúvidas surgiram, como, por exemplo, se o triângulo possuía diagonais. Alguns docentes questionaram os pesquisadores na busca de uma resposta e eram desafiados a elaborarem as suas conjecturas e/ou estratégias. No excerto a seguir, está descrito um desses questionamentos:

> P – *Por que não?* [aqui foi questionado sobre a possibilidade do triângulo apresentar ou não diagonais]
> P – *Por que não?* [pesquisador reforçando o questionamento]
> D – *Vértices são consecutivos.*

P – *E o conceito que temos de diagonal é o quê?*
D – *Ligar vértices não consecutivos.*
P – *Vértices ligados com outros desde que não sejam consecutivos. Então o triângulo não tem diagonais?*
D – *Não tem! Que interessante!*
Então o grupo pegou um quadrilátero e disse que tinha duas diagonais.
P – *Por que no quadrilátero tem 2 diagonais?*
D – *Porque no quadrilátero tem vértices não consecutivos!*

Aqui é possível verificar que a problematização gerada em função dos vértices e das diagonais gerou desconforto entre os participantes no momento de elaborar as conjecturas, primordial em uma atividade investigativa conforme os pressupostos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Cabe destacar também que, por meio dos excertos, os participantes expressam a sua constante preocupação em qualificar como certas ou erradas as situações.

Na sequência, após a construção das diagonais, os grupos contaram a quantidade de diagonais de cada polígono e a anotaram em um quadro, previamente disponibilizado. O propósito era estabelecer uma relação entre o número de lados, vértices e diagonais de cada figura, conforme explicitado na Imagem 5.

Imagem 5. Contando as diagonais

Fonte: Arquivo dos autores, 2017.

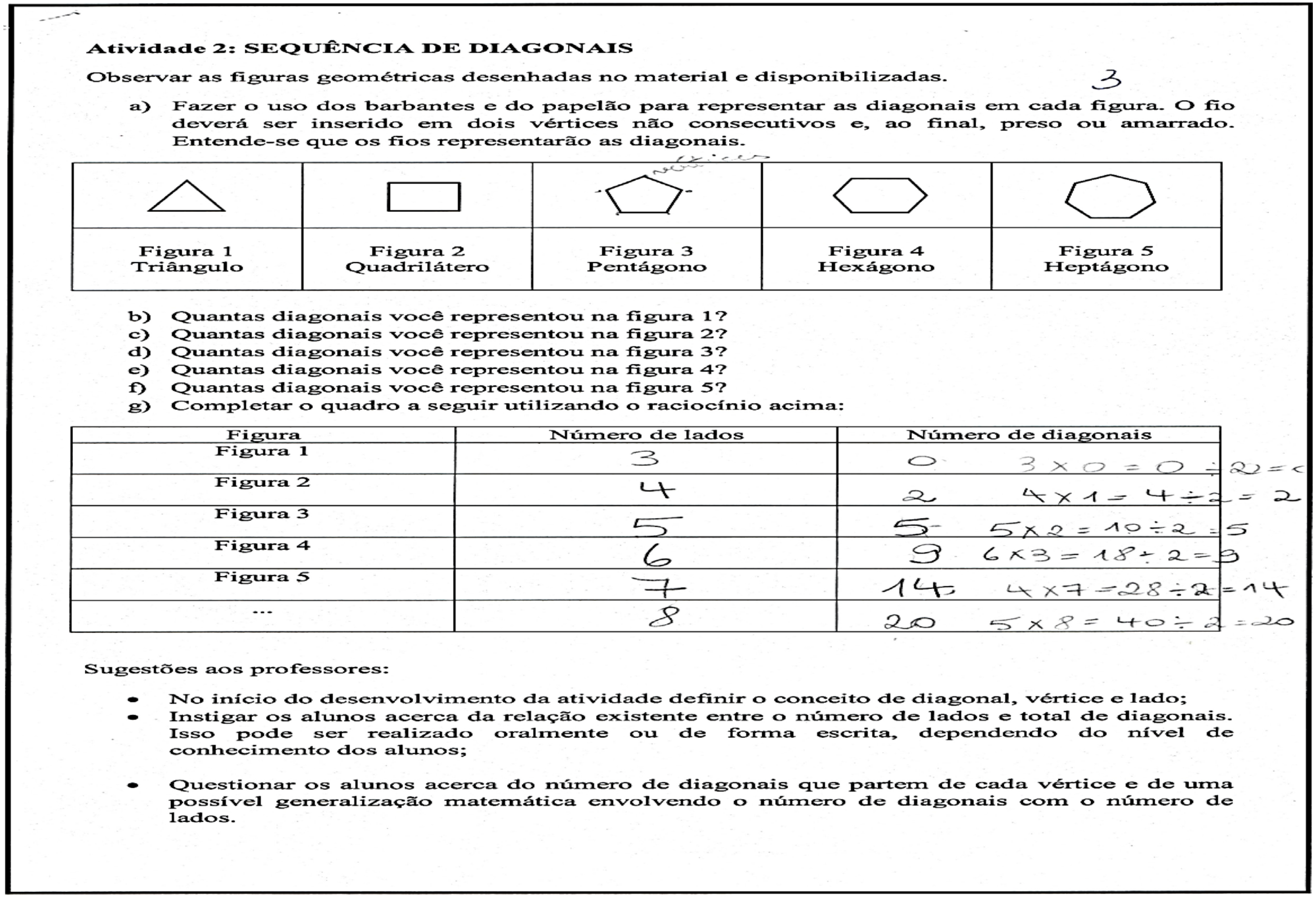
Ao traçarem as diagonais com linhas e lãs sobre os polígonos, foi possível aos docentes visualizarem o número de fios que perpassavam em cada vértice, pois cada fio ligava dois vértices. Assim, contaram quantas diagonais cada polígono continha. Em consequência, conseguiram responder a alguns questionamentos realizados no início da formação, atendendo às pressuposições de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Esses autores salientam que, no segundo momento da realização de uma investigação, busca-se elaborar conjecturas, momento em que se faz a organização de dados do estudo.

Alguns docentes discutiam os resultados obtidos enquanto preenchiam o Quadro 1; outros questionavam os pesquisadores buscando sanar algumas dúvidas ou esperando respostas para elaborar as suas conjecturas. Percebeu-se que a insegurança de determinados participantes em escrever alguma resposta errada gerava incerteza ao grupo. Partindo dessas pressuposições, os debates foram fundamentais na construção das hipóteses para uma generalização, com a finalidade de "refinar as conjecturas" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 21), uma vez que esse é considerado o terceiro momento da Investigação Matemática.

Os docentes observaram que uma diagonal, representada por um fio ou uma lã, passava por dois vértices (buracos), motivo pelo qual precisavam dividir o número de diagonais por dois, conforme descrição que consta na generalização, indicada na imagem a seguir. Dessa forma, atendeu ao quarto momento da investigação descrita por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 21) quando o descrevem como "justificação e avaliação". Nesse momento, os docentes justificaram as suas conjecturas e avaliaram o raciocínio adotado conforme explicitado na Imagem 6, adiante.

Ao analisar os registros do grupo (Imagem 6), observa-se que uma das estratégias de resolução empregada foi multiplicar o número de lados pelo de linhas que saem de cada vértice e, posteriormente, dividir o total por dois, pois essa linha passa por dois vértices. Outra justificativa também utilizada foi que, quando uma linha "saía" de um vértice até outro, essa fazia o caminho de volta, isto é, ela "ia" e "voltava" pressupondo, dessa forma, a divisão do número de diagonais por dois. Por meio desse raciocínio, os grupos descobriram uma fórmula numérica e, em seguida, algébrica para a generalização. Cabe destacar que essas anotações, quanto à resolução das atividades, auxiliaram no relacionamento do número de lados de cada polígono e suas diagonais, realizando cálculos para descobrir uma resposta.

Imagem 6. Registro do número das diagonais



Atividade 2: SEQUÊNCIA DE DIAGONAIS

Observar as figuras geométricas desenhadas no material e disponibilizadas. 3

a) Fazer o uso dos barbantes e do papelão para representar as diagonais em cada figura. O fio deverá ser inserido em dois vértices não consecutivos e, ao final, preso ou amarrado. Entende-se que os fios representarão as diagonais.

Figura 1 Triângulo	Figura 2 Quadrilátero	Figura 3 Pentágono	Figura 4 Hexágono	Figura 5 Heptágono

b) Quantas diagonais você representou na figura 1?
c) Quantas diagonais você representou na figura 2?
d) Quantas diagonais você representou na figura 3?
e) Quantas diagonais você representou na figura 4?
f) Quantas diagonais você representou na figura 5?
g) Completar o quadro a seguir utilizando o raciocínio acima:

Figura	Número de lados	Número de diagonais
Figura 1	3	0 $3 \times 0 = 0 \div 2 = 0$
Figura 2	4	2 $4 \times 1 = 4 \div 2 = 2$
Figura 3	5	5 $5 \times 2 = 10 \div 2 = 5$
Figura 4	6	9 $6 \times 3 = 18 \div 2 = 9$
Figura 5	7	14 $4 \times 7 = 28 \div 2 = 14$
...	8	20 $5 \times 8 = 40 \div 2 = 20$

Sugestões aos professores:

- **No início do desenvolvimento da atividade definir o conceito de diagonal, vértice e lado;**
- **Instigar os alunos acerca da relação existente entre o número de lados e total de diagonais. Isso pode ser realizado oralmente ou de forma escrita, dependendo do nível de conhecimento dos alunos;**
- **Questionar os alunos acerca do número de diagonais que partem de cada vértice e de uma possível generalização matemática envolvendo o número de diagonais com o número de lados.**

Fonte: Arquivo dos autores, 2017

Para finalizar, os pequenos grupos socializaram as suas respostas em grande grupo. Os diálogos que seguem ocorreram nesse momento.

> P – *Agora, quero saber se tem alguma coisa que a gente consegue relacionar o número de lados com diagonais. Lados com diagonais, qual é a relação?*
> *Grupo lá disse que tem. Mais alguém diz que tem?*
> D – *Tem alguma coisa dividindo por dois.*
> P – *O que tem de dividindo por dois? O grupo lá disse que, quando tirei para fora de novo, a diagonal não entra em dois buracos. Olha aqui, essa diagonal não vai sair de dois buracos. Então tem alguma coisa dividindo por dois, pois não posso contar. O que mais perceberam?*
> D – *Número de lados menos três, multiplica pelo número de lados dividido por dois.*
> P – *Será? Vamos lá, vamos ver. O grupo disse que se deveria pegar o número de lados e tirar três e depois multiplicar e dividir por dois. Então, aqui no hexágono, um, dois, três, quatro, cinco e seis são seis lados, certo? Tira três, dá três, multiplica pelo número de lados, que são seis, dá dezoito; divido por dois, nove. Aqui no pentágono, cinco lados, cinco menos três, dois, vezes cinco lados, dez, dividido por dois, cinco. Pentágono tinha cinco diagonais?*
> D – *Sim*
> P – *Esse aqui, octógono, oito lados, oito menos três, cinco vezes oito, quarenta, dividido por dois, vinte. Então, qual é a fórmula?*
> D – $\frac{((n-3)\cdot n)}{2}$
> D – *Então, três são os dois vizinhos e ele mesmo, dividido por dois, de lá e cá. Eu vi isto no nosso grupo e acho que também está acontecendo com todos. No começo, foram botando as linhas e depois deu para ver que tinha uma regularidade, um padrão. De cada buraco, tinha que sair dois* [mostrando para o pentágono], *aí três* [mostrando para o hexágono] *e assim por diante. Que legal, isso é nascimento da coisa, nascimento das ideias. Isto é álgebra? É uma regularidade, então está bom!!!!* (Informação verbal, coletada em dinâmica de grupo realizada no dia 12 de junho de 2017, na cidade de Estrela, com a presença dos pesquisadores autores desta proposta).

Esse momento, no qual houve generalização, é considerado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) o quarto, em que há uma justificação por meio dos argumentos como forma de generalização dos pensamentos utilizados. Dessa forma, pode-se imbricar esse instante diretamente com os excertos do professor participante, que argumentou, de forma simples, o modo pelo qual pensou, justificando a relação entre vértices e diagonais.

No final do encontro, discutiu-se e avaliou-se a atividade desenvolvida. A enunciação de uma das docentes expressa a sua insegurança em relação ao tema explorado:

> "Eu tenho, mas não é crítica a vocês, é crítica à educação anterior. Realmente, essa parte da matemática, ela foi jogada, vou dizer por mim, não pelas minhas colegas, ela foi jogada, aceita, decorada. Então, eu preciso pedir para minha colega: O que é vértice, aresta, me ajuda?! Porque eu fiz um bloqueio e, às vezes, eu percebo que esse bloqueio é bobo, é um medo que eu tenho. E isto me dá medo, mas sei que é importante trabalhar essas coisas com as crianças desde cedo, pois melhora bastante o ensino dessas coisas." (Informação verbal, coletada em dinâmica de grupo realizada no dia 12 de junho de 2017, na cidade de Estrela, com a presença dos pesquisadores autores desta proposta.)

A insegurança destacada pela professora permite refletir sobre diversos fatores; um deles seria a sua própria formação acadêmica. Percebe-se que muitos apresentam dificuldades nos conceitos geométricos, pois não os trabalharam em sua formação inicial. E essa insegurança faz com que eles não abordem tais conteúdos no seu planejamento escolar. Pavanello (1993) já salientava que havia um despreparo dos professores ao longo da sua formação docente quanto a esse tema, acreditando que ele deva ceder espaço a outros ramos de maior evidência na atualidade. Nessa mesma perspectiva, Nacarato (2002, p. 84) evidencia "[...] um certo descaso com a Geometria no Ensino Fundamental". Ao reiterar a ausência da Geometria nos Anos Iniciais, Passos (2000, p. 317) aponta que:

> os professores não trabalham os conceitos geométricos considerados como os mais elementares no Ensino Fundamental [...]. Além disso, os professores (sujeitos da pesquisa), quando tentam ensinar Geometria para seus alunos, apresentam muita dificuldade tanto teórica quanto metodológica, que pode comprometer o processo de aprendizagem dos estudantes.

Ademais, é possível inferir que, a partir das acepções já mencionadas e, inclusive, enfatizadas pelos professores participantes, a resistência de trabalhar esse conteúdo tem ocorrido principalmente por se acreditar na dificuldade de seu desenvolvimento. Manrique (2003) ainda alega, por meio dos seus estudos, que as aulas de Álgebra necessitam de um tempo maior, impedindo que a Geometria seja abordada.

A partir disso, é possível ressaltar que o trabalho investigativo possibilita momentos de reflexão, interpretação, discussão, dedução, validação de conjecturas, argumentação e socialização de aprendizagens, bem como incentiva o trabalho em grupo, uma vez que "[...] investigar é procurar o que não se sabe" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 13). Além disso, percebe-se que, entre os participantes do grupo, existiu um relacionamento dialógico, questionador, mas também, de certo medo do novo que estava sendo proposto, uma vez que alguns manifestaram que não lhes foram possibilitadas atividades abertas e criativas durante a sua formação. Ademais,

> [...] a participação nas práticas reflexivas e investigativas do grupo que os professores tornam-se membros legítimos da comunidade profissional, sendo o desenvolvimento profissional e a melhoria de sua prática docente uma consequência dessa participação (FIORENTINI, 2010, p. 583).

Dessa forma, reitera-se a importância da participação ativa dos professores nas práticas desenvolvidas por meio da experimentação das atividades. De fato, são momentos que possibilitam interações dinâmicas e atrativas, em que cada sujeito assume um papel ativo, compartilhando os seus saberes e as suas opiniões.

Considerações finais

Mediante as atividades aqui descritas, é possível inferir que a Investigação Matemática tem muito a contribuir para a sala de aula, uma vez que oportuniza aos alunos uma aprendizagem permeada de exploração de diversas situações diferenciadas. Nessa perspectiva, é possível destacar que a troca de experiências proporcionada nos momentos de exploração é essencial quando são abordadas atividades investigativas.

As estratégias descritas pelos professores quanto à resolução das diagonais demonstraram que, além de facilitar a compreensão do conceito de diagonais e a sua respectiva visualização, oportunizou um momento diferenciado mediante o uso de materiais de baixo custo. Salienta-se que as generalizações no grupo foram primordiais para que houvesse a construção da fórmula numérica e, posteriormente, a algébrica, relacionando o número de lados de cada polígono e o número das respectivas diagonais.

Partindo dessas pressuposições, é possível inferir que esse tipo de atividade tem muito a contribuir para os Anos Iniciais, mesmo que os alunos, inicialmente, não cheguem a descobrir a fórmula algébrica. Porém, espera-se que tenham a compreensão e consigam, por meio do material concreto, visualizar que é necessário multiplicar o número de lados pelo de linhas que saem de cada vértice e, posteriormente, dividir o total por dois, pois essa linha passa por dois vértices.

Salienta-se também que, nos momentos em que ocorrem socializações das conjecturas propostas no grande grupo, os participantes têm a oportunidade de interagir, validando ou não as hipóteses apresentadas, sempre acompanhadas de uma argumentação ou justificação que embasa o seu ponto de vista. A partir da exposição das suas conjecturas, rompem-se as concepções de certo ou errado, uma vez que esse não é o objetivo proposto pela tendência da Investigação Matemática, mas o caminho até resultar em uma conjectura. Dessa forma, o aluno se torna participante de todo o processo ao refletir, discutir e construir a sua aprendizagem por meio de conceitos explorados.

Referências

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. **Processos de Ensinagem na Universidade**: Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinvile: Editora UNIVILLE, 2004.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **A investigação qualitativa em educação**. Porto/Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

CIVIERO, P. A.; SANTANA, M. F. Roteiros de Aprendizagem a partir da Transposição Didática Reflexiva. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 681-696, ago. 2013. https://doi.org/10.1590/s0103-636x2013000300022

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**: pesquisa qualitativa em saúde. São Paulo: Hucitec/ABRASCO, 1992.

MANRIQUE, Ana Lúcia. **Processo de formação de professores em Geometria**: mudanças em concepções e práticas. 2003. Tese (Doutorado em Educação: Psicologia da Educação) – PUC/SP, São Paulo, 2003. https://doi.org/10.11606/d.48.2010.tde-09032010-151324

NACARATO, Adair Mendes. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. *In*: SISTO, Fermino Fernandes *et al*. **Cotidiano escolar**: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002. p. 84-99.

PASSOS, Cármen Lúcia. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica**: a Geometria na sala de aula. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) UNICAMP, Campinas.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

PONTE, João P. da.; BRANCO, Neusa.; MATOS, Ana. Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular – DGIDC, 2009. Disponível em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf. Acesso em: 05 dez. 2017.

PONTE, P. João; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigação matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SKOVSMOVE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução Orlando Andrade Figueiredo e Jonei Crequeira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

Recebido em: 30/7/2018.
Aprovado em: 25/10/2019.
Publicado em: 31/12/2019.

Endereço para correspondência:
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES)
Av. Avelino Talini, 171 – Universitário
95914-014, Lajeado, RS, Brasil

Autoras:
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Doutorado em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2009). Professor Titular da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), RS, Brasil.
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-0007-8639
E-mail: mrehfeld@univates.br

Sabrina Monteiro
Doutoranda, Programa de Pós-Graduação em Ensino na Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES); Mestra, Programa de Pós-Graduação em Ensino na Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), contemplada com Taxa PROSUC/CAPES.
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-7883-9728
E-mail: sabrinamonteiro1991@gmail.com

Marli Teresinha Quartieri
Graduação em Ciências – Licenciatura de 1º Grau pela Faculdade de Educação Ciências e Letras do Alto Taquari (1987); graduação em Matemática – Licenciatura Plena pela Faculdade de Educação Ciências e Letras do Alto Taquari (1989); especialização em Educação Matemática pela Universidade de Santa Cruz do Sul (1998); mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2004); Doutorado em Educação pela Universidade Vale do Rio dos Sinos. Professora da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), atuando nos cursos de graduação e de pós-graduação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e no Programa em Ensino). Bolsista de Produtividade em Pesquisa 2 do CNPq.
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-9621-3830
E-mail: mtquartieri@univates.br

Ieda Maria Giongo
Graduação em Matemática – Licenciatura Plena pela Fundação Universidade Federal do Rio Grande (FURG); Especialização em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS); Mestrado e Doutorado em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS). Professora titular da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), Lajeado, RS, vinculada ao Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas.

Coordena o Grupo de Pesquisa Práticas, Ensino e Currículos (CNPq/UNIVATES). Docente permanente no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas e no Programa de Pós-graduação em Ensino da UNIVATES, coordenando este último.
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-1696-0642
E-mail: igiongo@univates.br

Marisa Cristina Gorgen
Graduação em Ciências Exatas pelo Centro Universitário Univates (2005). Professora na Secretaria Estadual de Educação do RS e na Prefeitura Municipal de Estrela. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: prática pedagógica, modelagem matemática, ciências e matemática, modelagem matemática e docência compartilhada.
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-8226-7539
E-mail: mcgorgen@hotmail.com