

O QUE 3.3 NOS DIZ SOBRE 3.333?

WHAT 3.3 TELLS US ABOUT 3.333?

Rafael Silva¹

Resumo: Este artigo apresenta uma hipótese exegética sobre a relação entre as proposições 3.3 e 3.333 do *Tractatus Logico-Philosophicus*. A pedra de toque dessa hipótese consiste em, na interpretação dessas proposições, seguir à risca o que Wittgenstein disse sobre a numeração das proposições do *Tractatus* – o que tem como efeito que 3.333 seria uma observação relativa à proposição 3.33, e esta, por sua vez, uma observação à proposição 3.3. A interpretação aqui defendida tem o propósito de mostrar como o princípio do contexto, formulado na proposição 3.3 do *Tractatus*, auxilia na solução do paradoxo de Russell, que tem sua solução enunciada em 3.333.

Palavras-chave: Princípio do contexto. Teoria do Simbolismo. Paradoxo de Russell.

Abstract: This paper presents an exegetical hypothesis about the relation between propositions 3.3 and 3.333 of *Tractatus Logico-Philosophicus*. The touchstone of this exegetical hypothesis is that, in the interpretation of these propositions, faithfully follow what Wittgenstein said about the numbering of the *Tractatus* propositions - which has the consequence that 3.333 would be an observation relative to proposition 3.33, and this, an observation to the proposition 3.3. This interpretation aims to show how the context principle, formulated in 3.3, helps in the solution of the Russell's paradox, which has its solution enunciated in 3.333.

Keywords: Context Principle. Russell's Paradox. Theory of Symbolism.

¹ Universidade do Rio Grande do Sul - UFRGS. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9755-8611>



Introdução

As proposições do *Tractatus* foram numeradas com a finalidade de esclarecer a relação entre elas. A este respeito, escreve Wittgenstein em uma nota de rodapé: “As proposições n.1, n.2, n.3, etc. são observações relativas à proposição n^o n; as proposições n.m.1, n.m.2, etc. são observações relativas à proposição n^o n.m; e assim por diante”². Desse modo, por exemplo, a proposição de número 3.333 seria uma observação à proposição 3.33, que, por sua vez, seria um comentário à 3.3. Essa última é geralmente reconhecida como uma reformulação do princípio contextual fregeano. 3.33 contém uma observação sobre a sintaxe lógica, e 3.333 apresenta uma solução do paradoxo de Russell. Sob a suposição de que Wittgenstein respeitou o que disse sobre a numeração das proposições, é de se suspeitar, então, que o princípio do contexto tenha uma participação ativa na solução do paradoxo de Russell. O presente texto é a tentativa de esclarecer como, no *Tractatus*, o princípio do contexto colabora com a solução do paradoxo de Russell.

Este texto divide-se em três partes. Na primeira, (1) é feita uma pequena reconstrução do paradoxo de Russell, bem como da solução apresentada por Russell ao paradoxo que leva seu nome; solução essa que se deu na forma de uma teoria, a teoria dos tipos. Em seguida, (2) veremos como Wittgenstein argumentou, no período pré-*Tractatus*, contra a teoria dos tipos. Por fim, (3) mostramos o papel que o princípio do contexto tem, no *Tractatus*, na solução do paradoxo de Russell. Desde logo, cumpre dizer que o resultado esperado pelo presente texto é a formulação de uma hipótese exegética que mostra como o princípio do contexto liquida o paradoxo de Russell.

1

Frege foi um dos principais proponentes do logicismo, que pode ser caracterizado como o movimento que visava mostrar que a matemática,

² WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1994, p. 135.

sobretudo a aritmética, é um ramo da lógica. Na condução desse projeto, Frege fez uso de princípios que o permitiram definir os números cardinais – que para ele eram os primitivos – em termos de classes. O número zero seria a classe correspondente ao conceito “diferente de si mesmo”; o número um seria definido como a classe correspondente ao conceito “igual a zero”; o número dois seria a classe correspondente ao conceito “diferente de si mesmo e igual a zero”; e assim indefinidamente.

Há dois elementos dignos de nota no procedimento fregeano. O primeiro é a crença de que definir números em termos de classes é defini-los logicamente, o que nos mostra como a lógica era tratada de modo algo distinto dos dias de hoje. O segundo, e o mais importante para os nossos propósitos aqui, é a possibilidade, evidenciada já na definição do número um, de criar livremente conceitos que determinam classes que possuem como elementos outras classes. Como Russell notou, uma vez admitido como legítimo esse expediente, passa a ser possível criar, por estipulação, o conceito de todos os conceitos que não fazem parte de si mesmos. Ora, pode-se perguntar: a extensão desse conceito, ou como preferimos até aqui, a classe determinada por esse conceito, pertence a si mesma ou não, isto é, é um elemento de si mesma ou não? Como escreveu Russell em carta a Frege, “a cada resposta o seu oposto se segue”³. Estamos diante de um paradoxo.

Em resposta ao seu paradoxo, Russell criou a teoria dos tipos lógicos. Esta teoria evitaria não apenas o paradoxo que leva o seu nome, mas todos aqueles que surgem de certa característica de expressões como “classe”, “verdade”, “propriedade”, “função”, etc., qual seja, a característica da autoreferencialidade ou reflexividade. Uma análise apropriada, acreditava Russell, mostraria que todos os paradoxos gerados por essa característica são redutíveis a expressões com a seguinte forma lógica “ $F(F(x))$ ”.

³ RUSSELL, Bertrand, 1902. “Letter to Frege,” in Jean van Heijenoort (ed.), *From Frege to Gödel*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1967, p. 125

A possibilidade de uma função tomar a si mesma como seu argumento seria, portanto, o que permitiria o surgimento desses paradoxos. (Não importando aqui, se o argumento é um objeto, como em “*X* é membro de si mesmo” ou se é uma proposição, como em “*P* é verdadeira”.) A fim de resolver essa dificuldade, sua teoria dos tipos estipulou uma hierarquia de tipos lógicos (constituída de indivíduo, propriedade de primeira, propriedades de segunda ordem, etc.) que, se respeitada, seria suficiente para evitar o surgimento dos paradoxos da reflexividade.

Mas o que significa, nesse caso, respeitar a hierarquia? Simplesmente não atribuir propriedades de certo nível da hierarquia a outros, sob a pena de gerar contrassensos. Tomemos o seguinte exemplo: “A classe dos leões é um leão”. De acordo com a teoria russelliana dos tipos, essa frase é um contrassenso porque desobedece à hierarquia estabelecida pela teoria dos tipos ao atribuir a propriedade de *ser leão* a uma classe. A propriedade de *ser leão* é uma propriedade de indivíduos e apenas de indivíduos e, *por isso*, não pode ser aplicada com sentido a nenhum outro nível da hierarquia. Do mesmo modo, a propriedade de *subsumir dez elementos* é uma propriedade de classes e não pode ser atribuída com sentido a indivíduos, que pertencem, como já foi dito, a outro nível da hierarquia.

2

Já no período anterior à redação do *Tractatus*, Wittgenstein manifestava insatisfação com a teoria dos tipos. Em 1914, ele afirmou de forma categórica: “portanto, uma teoria dos tipos é impossível. Ela tenta dizer algo sobre os tipos, quando você pode falar apenas sobre os símbolos”⁴. Como indica a conjunção conclusiva, “portanto”, a impossibilidade de uma teoria dos tipos é uma conclusão de um argumento. O argumento baseia-se na distinção entre o que pode ser dito e o que apenas pode ser mostrado. A frase imediatamente anterior à citação acima é a seguinte: “que *M* seja

⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig. *Notebooks* – 1914-1916. Oxford: Blackwell Publishers, 1998, p. 108.

uma *coisa* não pode ser dito; é um contrassenso: mas *algo* é *mostrado* pelo símbolo *M*⁵. Trivialmente, se não é possível *dizer* qual é o tipo lógico de um símbolo, a teoria dos tipos não é possível, pois a possibilidade de tal teoria se baseia no fato de podermos *dizer* qual é o tipo lógico das expressões.

A distinção entre dizer e mostrar não parece, no entanto, ser uma boa candidata a razão para se rejeitar uma teoria dos tipos, uma vez que essa distinção é menos intuitiva do que a própria teoria. Entretanto, há outras duas investidas wittgensteinianas contra a teoria dos tipos que podem ser tomadas como razão para rejeitá-la. A primeira consiste em dizer que tal teoria, se possível, seria supérflua. Pois tal teoria deveria consistir de proposições com a seguinte forma: “*M* é uma coisa, pertence, portanto, ao nível mais elementar da teoria”, ou ainda, “*R* é uma é uma propriedade relacional, portanto pertence ao segundo nível da hierarquia” etc. Afirmar de “*M*” ou “*R*”, ou de qualquer outra expressão, que elas têm tal categoria lógica é dizer algo que já se deve saber – ou ver, como prefere Wittgenstein – para entender uma proposição com a forma “*M* é uma coisa”. Deve-se saber que “*M*” simboliza uma coisa ao se reconhecer em “*M*” um símbolo. Assim, depois de compreender “*M*”, dizer, de “*M*”, que ele denota uma coisa, não é dizer nada de informativo, pois saber que “*M*” pertence a uma determinada categoria lógica é condição para compreender “*M*” e as proposições nas quais tal expressão pode ocorrer.

Uma segunda razão consiste em dizer que essa teoria padeceria de erros muito semelhantes àqueles que ela pretende evitar. A teoria pressupõe que é significativo, ainda que falso, dizer que “a propriedade de ser leão não é um indivíduo”, ou “*M* não é uma propriedade”. Na verdade, para que a teoria possa ser formulada, ele deve, ao que parece, pressupor isso. Deve ser possível dizer de todos os tipos lógicos, de todos os níveis da hierarquia, se ele é ou não um indivíduo, por exemplo. Além disso, deve ser verdadeiro da propriedade “ser indivíduo”, da propriedade da indivi-

⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig. *Notebooks* – 1914-1916. Oxford: Blackwell Publishers, 1998, p. 108.

dualidade, que ela não é um indivíduo; o que significa dizer que, de acordo com a teoria dos tipos, há propriedades que não possuem a si mesmas. E agora, curiosamente, parece que voltamos ao nosso ponto de partida, pois a teoria tinha como principal objetivo evitar os paradoxos gerados pela possibilidade de se falar com sentido de propriedades reflexivas, e é exatamente isso que a teoria dos tipos parece fazer.

Assim, uma teoria dos tipos não seria impossível apenas por ignorar a distinção entre o que pode ser dito e o que apenas pode ser mostrado, mas, inversamente, é a própria impossibilidade e a cogência do que ela tenta dizer que nos conduziria à aceitação da distinção entre dizer e mostrar.

3

No *Tractatus*, Wittgenstein endossa a análise de Russell que vê a origem do paradoxo de Russell em se aceitar, como legítima, a possibilidade de uma função tomar a si mesma como seu argumento. Entendido assim, o paradoxo é liquidado já na primeira linha de 3.333: “uma função não pode ser seu próprio argumento, porque o sinal da função já contém o protótipo de seu argumento e ele não pode conter a si mesmo”⁶. Para mostrar a correção dessa afirmação, ele supõe que essa afirmação fosse falsa; sendo possível (isto é, fazendo sentido) então: $F(F(x))$. Wittgenstein diz então que, nesse caso, a função externa e a interna teriam formas lógicas distintas. Se trocarmos a letra funcional para chamar a atenção para a diferença de forma lógica, teríamos estas duas formas lógicas: $G(F(x))$ e $F(x)$. Vejamos agora o seguinte exemplo: seja “ $R(x)$ ” a expressão funcional para a propriedade pertencer a si mesmo, e “ $R(R(x))$ ” um caso em que essa função tenha a si mesma como argumento. Como é possível *ver*, essas funções têm formas lógicas diferentes, e se a forma lógica não é algo arbitrário, então as duas funções são diferentes. A primeira teria a forma $F(x)$ e a segunda $G(F(x))$.

⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1994, p. 159.

Uma vez que difiram, não é possível que a segunda seja um caso de reflexividade de uma propriedade; porque é condição para reflexividade que tanto a primeira função quanto a segunda tenham a mesma forma lógica – ou, de acordo com a teoria dos tipos, estejam no mesmo nível da hierarquia.

Se Wittgenstein respeitou o que diz sobre a numeração, então o parágrafo anterior, onde aparece sua solução do paradoxo de Russell, é uma observação de 3.33. Nessa proposição é dito que, na sintaxe lógica o significado de um sinal não pode ter papel algum. Se entendermos a sintaxe lógica como o conjunto de regras para o uso de signos, as regras que estabelecem quais combinações são possíveis e quais são impossíveis, temos que a sintaxe lógica é equivalente à teoria dos tipos, com a diferença que a primeira não enuncia nada diretamente sobre as coisas, mas apenas sobre os signos.

Pode parecer agora que Wittgenstein trocou seis por meia dúzia. Mas essa aparência é enganadora. A teoria dos tipos é, em boa medida, uma teoria ontológica. Ela diz quais tipos de coisas o mundo possui e quais combinações entre elas são possíveis. Versa, portanto, sobre o significado dos sinais. Uma teoria do simbolismo, tal como apresentada por Wittgenstein no *Tractatus*, faz algo semelhante, mas, no lugar de falar sobre os tipos de coisas e suas relações, uma teoria do simbolismo, como o nome já antecipa, trata de símbolos. Em qualquer caso, dizer, por exemplo, “o símbolo ‘M’ pertence ao tipo lógico dos indivíduos, simboliza um indivíduo” não seria cometer o mesmo erro que Wittgenstein encontra na teoria dos tipos? Sim, mas isso não é o que Wittgenstein tem em mente ao ver a solução do paradoxo em sua teoria do simbolismo. Com a finalidade de evitar incompreensões o que podemos fazer, segundo ele, é simplesmente dizer “‘M’ é um símbolo”. Uma dissolução do paradoxo poderia por essas vias ser obtida sem que tivéssemos de cair em paradoxos semelhantes: a solução se daria por uma teoria do simbolismo, uma teoria sobre o que simboliza no símbolo seria suficiente para resolver o paradoxo de Russell. Não faria parte de uma teoria do simbolismo ter de dizer qual é o tipo lógico de uma expressão.

Pode-se notar que em 3.333 as observações que liquidam o paradoxo de Russell são considerações sobre a posição relacional que os símbolos mantêm entre si: “ $F(F(x))$ ” teria um significado diferente de “ $F(x)$ ” pelo fato de a primeira aparecer à esquerda de uma função, ao passo que a segunda aparece à esquerda de um argumento de primeira ordem. Uma observação como essa certamente pertence à sintaxe lógica, ao mesmo tempo em que nada diz sobre o significado dos sinais. Que uma função não possa ter a si mesma como argumento é uma regra da sintaxe lógica, e como tal diz apenas dos sinais e suas relações; sobre o significado dos sinais, essa regra é muda. Assim sendo, 3.333 seria uma observação à 3.33, porque a primeira exemplifica um procedimento enunciado na última.

Agora, quando analisamos a proposição de número 3.3 tendo em mente o fato de que Wittgenstein pretendeu que 3.33 fosse um comentário àquela, parece que perdemos de vista o que ele gostaria de nos dizer. Afinal, o que a proposição “Só a proposição tem sentido; e apenas no contexto de uma proposição um nome tem significado”⁷ nos diz sobre 3.33? Ou melhor, o que 3.33 nos diz sobre 3.3? Para que se ligue à 3.33, parece que 3.3 deveria ser sobre a teoria do simbolismo, ou sobre a sintaxe lógica. Mas não é evidente que esse seja o caso. O que ela parece dizer é que uma proposição não tem referência, tem apenas sentido e, além disso, que um nome só tem um referente em um contexto proposicional. Um nome isolado – abstraído do seu contexto proposicional –, pois, não teria referência. Mas, o que isso nos diz sobre a teoria do simbolismo ou sobre a sintaxe lógica?

Há um modo relativamente simples de responder a essa questão. 3.3 diria respeito à condição para figuração dos elementos da realidade: só seria possível pensar um objeto por meio de um fato projetado sobre a realidade. Não seria possível, pela mesma razão, que um nome fosse o sucedâneo de um objeto sem um contexto proposicional, que o sinal tivesse uma relação projetiva com a realidade isoladamente. Como é dito em 2.1:

⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1994, p. 153.

“Figuramos os fatos”⁸, mas, seguindo o espírito de 3.3, poderíamos complementar: “Figuramos os fatos, e não objetos isolados”. Partindo dessas observações, pode-se ver melhor a conexão entre a teoria do simbolismo e 3.3. Essa proposição enunciaria algo sobre o que, no símbolo, simboliza. O que simboliza é o sinal em sua relação projetiva com a realidade, e essa relação projetiva só é possível quando fazemos uso de um *sinal proposicional*, do qual um nome é um constituinte. Portanto, 3.3 seria uma observação sobre a teoria do simbolismo, pois nos diria qual é a *condição* para que um sinal morto passe a ser um símbolo; qual seja, que ocorra em um contexto proposicional. Se notarmos agora que ocorrer em tal contexto é ocorrer, necessariamente, em certa relação com outro sinal, então, dado que a sintaxe lógica regulamenta as relações permitidas entre os sinais, pode-se ver como 3.33 é uma observação à 3.3: para que uma sintaxe lógica (com consequências ontológicas) seja possível é preciso que seja impossível que um sinal tenha significado fora do contexto proposicional.

Conclusão

Em resumo, pressupondo que a nota de rodapé da proposição 1 do *Tractatus* é seguida à risca nas proposições discutidas (3.3, 3.33 e 3.333), teríamos o seguinte no *Tractatus*: 3.3 enunciaria uma condição para que um nome seja um símbolo; 3.33 pressuporia a harmonia entre representação e mundo fixada por 3.3, ao observar que a descrição da sintaxe não precisa mencionar o significado das expressões; 3.333 exemplificaria 3.33, ao enunciar uma regra da sintaxe lógica. Para construir esse caminho exegético, muita coisa foi ignorada, em especial, a distinção entre dizer e mostrar, que, como vimos, é central à crítica a teoria dos tipos no período pré-*Tractatus*. Contudo, como dissemos na introdução, esperamos ter obtido aqui apenas uma hipótese interpretativa, e não propriamente uma interpretação.

⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1994, p. 143.

Referências

RUSSELL, Bertrand, 1902. "Letter to Frege," in Jean van Heijenoort (ed.), *From Frege to Gödel*. Cambridge: Harvard University Press, 1967. p. 124–125. <https://doi.org/10.1017/S0022481200065105>

RUSSELL, Bertrand, 1903. "Appendix B: The Doctrine of Types." In: RUSSELL, Bertrand. *The Principles of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1903. p. 523–528.

RUSSELL, Bertrand, 1908. "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types." *American Journal of Mathematics*, 30: 222–262; repr. In: RUSSELL, Bertrand. *Logic and Knowledge*. London: Allen and Unwin, 1956. p. 59–102; and repr. in Jean van Heijenoort (ed.), *From Frege to Gödel*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1967. p. 152–182. <https://doi.org/10.1017/S0022481200065105>

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Tradução: Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1994. <https://doi.org/10.1590/1980-436920170000000010>

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Notebooks – 1914–1916*. Oxford: Blackwell Publishers, 1998. <https://doi.org/10.1590/1980-436920170000000010>