

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAROLINE MAFFI

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO MÉTODO DE ENSINO:
Implicações Na Aprendizagem De Matemática**

Porto Alegre

2014

CAROLINE MAFFI

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO MÉTODO DE ENSINO:
Implicações Na Aprendizagem De Matemática**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado à Faculdade de Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Dra. Isabel Cristina Machado de Lara

Porto Alegre
2014

RESUMO

O artigo apresenta um relato de experiência realizada com alunos de uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Porto Alegre. Teve como método de ensino a Resolução de Problemas. Objetiva expressar as contribuições da Resolução de Problemas como método de ensino e as implicações na aprendizagem desses sujeitos. Para tanto, foram propostas diversas situações problema para os estudantes resolverem, das quais, apenas três foram analisadas. Para verificar se a atividade proposta atingiu os seus objetivos, foi feita a análise de um questionário utilizando o método análise de conteúdo, que verificou as percepções dos estudantes sobre problema, problema matemático e o gosto por resolver problemas. Sobre a aprendizagem, buscou-se verificar o que pensam ser o melhor modo de aprender Matemática e como a Resolução de Problemas contribuiu para sua aprendizagem. Os resultados evidenciam que a Resolução de Problemas é um método de ensino eficaz, pois proporciona aos estudantes uma aprendizagem matemática mais significativa e contextualizada.

Palavras chaves: Resolução de Problemas; Aprendizagem; Ensino; Método de ensino.

1 INTRODUÇÃO

Um dos questionamentos mais recorrentes na área da Educação Matemática é o porquê do desinteresse e dificuldade dos estudantes em relação a essa disciplina. Segundo o relatório do Movimento Todos pela Educação (GLOBO, 2013), apenas um em cada dez estudantes do 3º ano do Ensino Médio, teve desempenho adequado em Matemática em 2011. Diante disso, os educadores se questionam em relação a quais métodos e práticas de ensino de fato contribuem para a aprendizagem.

Entre alguns métodos, destaca-se como caminho promissor para o ensino e aprendizagem em Matemática a Resolução de Problemas. Este método de ensino oportuniza o desenvolvimento intelectual do estudante, tornando-o sujeito ativo e construtor de conhecimento. Porém, em sala de aula, constata-se um uso demasiado de regras, resoluções por meio de procedimentos padronizados, sem relação com a realidade, com atividades que, muitas vezes, só desenvolvem o algoritmo e não a criatividade e o fazer matemático.

Historicamente, a Resolução de Problemas tem sido considerada, no ensino da Matemática, como um método para desenvolver a forma de pensar dos educandos, potencializar seu raciocínio lógico-matemático e desenvolver sua criatividade. Além disso, instiga sua iniciativa e independência, levando o estudante a perceber que a Matemática pode ajudá-lo na solução de diversos problemas que surgem diariamente em sua vida (D'AMBROSIO, 2008).

Desse modo, este artigo apresenta um relato de experiência realizado com estudantes de uma escola pública de Porto Alegre com o objetivo de expressar as contribuições da Resolução de Problemas como método de ensino e as implicações na aprendizagem desses sujeitos. Além disso, busca analisar as percepções dos estudantes acerca dos problemas e aprendizagem matemática. Para tanto, foram utilizados variados problemas que envolviam o conceito de função e, em particular nesse artigo, serão analisados apenas três. Aos estudantes foi aplicado um questionário para ser posteriormente analisado.

Este artigo está organizado em seis seções. Na *Introdução*, estão descritos o tema, a justificativa e os objetivos desse estudo. Nos *Aportes teóricos*, apresenta-se um breve levantamento bibliográfico acerca dos principais conceitos que embasam

esse estudo, sejam eles: problema, problema matemático e Resolução de Problemas como método de ensino.

Nos *Procedimentos metodológicos* está explicitado o modo como o estudo foi desenvolvido. Descrevem-se os métodos de pesquisa e de análise, bem como os instrumentos de coleta de dados.

Na *Análise das situações problema*, apresenta-se a análise das soluções dos estudantes para resolver cada uma das três situações, considerando as competências necessárias para cada caso.

A seção *Percepções dos estudantes*, é uma que mostra uma análise das respostas dadas ao questionário sobre o interesse pela matemática e de que forma a Resolução de Problemas contribuiu para o aprendizado dos conceitos.

Finalmente, nas *Considerações finais*, as principais ideias, conclusões e indagações desse estudo são escritas.

Não é objetivo de esse estudo comprovar que a Resolução de Problemas é um método melhor que outro. Em nenhum momento busca-se uma comparação. Apenas tem-se o intuito de evidenciar que de fato contribui para a compreensão de conceitos geralmente abordados de modo abstrato em sala de aula.

É necessário que, cada vez mais, busque-se uma mudança na concepção do ensino de Matemática, visando à formação de cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. Para tanto, os sujeitos precisam de experiências escolares com a resolução de problemas, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas. (ONUCHIC, 1999).

Espera-se que este estudo evidencie a necessidade do professor buscar novas alternativas de ensino de Matemática e que consolide Resolução de Problemas como um método de ensino eficaz.

2 APORTES TEÓRICOS

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. (POLYA, 1995, p. V)

Na perspectiva de Polya (1995), o processo de resolução de um problema está intimamente ligado à descoberta e conseqüentemente ao prazer em aprender.

Porém, nos currículos de Matemática, privilegia-se um ensino descontextualizado e que não proporciona o fazer matemático. Para melhorar a qualidade do ensino de Matemática, é preciso desenvolver metodologias de ensino embasadas no processo de construção do conhecimento, especificadamente, na construção de conceitos fundamentais que enfatizem a capacidade de raciocínio do estudante, e não somente a capacidade de memorização ou de reproduções de modelos já conhecidos(DOMÊNICO, 1999).

A História da Matemática enfatiza que a Resolução de Problemas foi criada como resposta a perguntas oriundas de diferentes origens e contextos. Mas tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois muitas vezes, são utilizados somente como aplicação (BRASIL, 1997).

A Resolução de Problemas, desde o final da década de 1970, passou a ter importância para os educadores matemáticos, destacando-se pelo mundo. Nos Estados Unidos, foi editada em 1980 uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, intitulado “Agenda para a Ação”, recomendando que o foco principal para o ensino de Matemática seja a Resolução de Problemas (ONUCHIC, 1999).

Contudo, é preciso analisar o que de fato é um problema e como se configura no processo de ensino e de aprendizagem. Na próxima subseção, serão apresentadas algumas concepções sobre o que é um problema e sobre o que é um problema matemático para diferentes autores.

2.1 PROBLEMA X PROBLEMA MATEMÁTICO

Na concepção de Onuchic (1999, p. 215), se entende por problema, “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Na mesma perspectiva Polya (1997, p. 56) expressa que, “ter um problema significa buscar

conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível".

No mesmo sentido Dante (1991, p. 9) comunica que "um problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". Sintetizando as concepções dos autores fica evidente a ideia de que problema é uma situação nova que exige a busca de uma solução, que envolve a definição de objetivos e o pensar.

As concepções sobre problema matemático, ampliam a ideia de problema, e enfatizam o conhecimento matemático e a ação do estudante frente a sua aprendizagem. Verifica-se esse fato na concepção de Dante (1991, p. 9), que define problema matemático como "qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la".

Corroborando essa visão, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's apontam que: "Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la" (BRASIL, 1998, p. 41).

Nessa perspectiva, um problema matemático é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm regras estabelecidas ou memorizadas, nem a percepção de que existe um único método para chegar à solução correta (VAN DE WALLE, 2009).

Na mesma linha de pensamento, problema é qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que seja desafiadora e não trivial. Além disso, é necessário que seja contextualizada com a realidade dos estudantes (ONUICHIC,ZUFFI, 2007).

Em síntese, segundo os autores, um problema matemático é uma situação que demanda a realização de ações, utilizando conhecimentos matemáticos na busca de uma solução adequada e coerente. A solução não é imediata, ela deve ser construída, fazendo com que o estudante perceba o aprender como uma construção.

2.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO MÉTODO DE ENSINO

De acordo com os PCN's (1998), a Resolução de Problemas pode ser vista como ponto de partida da atividade matemática em contrapartida à simples resolução de procedimentos e ao acúmulo de informações, uma vez, que possibilita aos estudantes a mobilização dos conhecimentos e o gerenciamento das informações que estão ao seu alcance (BRASIL, 1998).

Na mesma visão, as autoras Lupinacci e Botin apontam,

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos” (LUPINACCI; BOTIN, 2004, p. 1).

Nesse sentido, a Resolução de Problemas é importante para despertar o interesse do estudante e tornar a aprendizagem matemática mais significativa. Ainda, segundo as autoras, um ensino baseado na resolução de problemas implica na promoção do domínio de procedimentos, como também a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Incentivar os estudantes a resolver problemas supõe estimulá-los a aprender a aprender e a desenvolver capacidades inerentes ao pensamento crítico (LUPINACCI; BOTIN, 2004).

No cenário educacional, tem-se discutido sobre a importância das diferentes abordagens sobre Resolução de Problemas e o papel que cumprem para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática. Conforme Onuchic (1999) existem "três modos diferentes de conceber Resolução de Problemas, que ajudam a refletir sobre tais diferenças: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas". (p.206).

Os autores Lester e Lambdin (1999), fazem referência à categorização apresentada por Onuchic (1999). Os autores afirmam que a primeira categoria refere-se a ensinar sobre a Resolução de Problemas. Enquanto a segunda diz respeito a ensinar a Resolver problemas e a terceira é ensinar por meio da Resolução de Problemas.

Em relação à primeira categoria, reforça-se o modelo de George Polya¹, ressaltando as quatro fases interdependentes que estão envolvidas no processo de Resolução de Problemas de Matemática: a compreensão do problema, elaboração de um plano, a realização do plano e avaliação retrospectiva.

Aos estudantes são ensinadas as fases e eles são incentivados a tomar consciência de seu próprio progresso quando resolvem os problemas. Além disso, eles aprendem uma série de estratégias para a realização de seus planos de resolução (LESTER; LAMBDIN, 1999).

Na segunda categoria, Lester e Lambdin (1999) ressaltam que o foco encontra-se sobre as maneiras que a Matemática ensinada pode ser aplicada. Embora os conhecimentos matemáticos sejam importantes, o ensino para a Resolução de Problemas considera que o motivo fundamental da aprendizagem matemática é a possibilidade de utilizá-la para resolver problemas. Os defensores desta abordagem sugerem que a única razão para aprender matemática é a possibilidade de utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas.

Finalmente, para os autores, a terceira categoria, refere-se ao ensino por meio da Resolução de Problemas. Quando o ensino de um conceito matemático se dá por meio da resolução de uma situação problema consolida-se a Resolução de Problemas como um método de ensino (LESTER; LAMBDIN, 1999).

Segundo o Conselho Nacional de Professores de Matemática, NTMC, 1989:

O ensino por meio da resolução de problemas é a abordagem mais coerente com a recomendação do currículo e avaliação padrões para a matemática escolar do NCTM: a) conceitos e competências matemáticas serem aprendidas no contexto da resolução de problemas; b) o desenvolvimento dos processos de pensamento de nível superior ser promovido através de experiências com resolução de problemas; e c) ensino de matemática acontecer numa atmosfera investigativa e orientada de resolução de problemas. (NCTM, 1989 p. 45).

A abordagem das diferentes concepções sobre a Resolução de Problemas é de grande valia pois a forma com que cada educador a concebe, interfere nas práticas pedagógicas.

¹ As quatro etapas de resolução de problemas segundo Polya, que estão no seu livro "A arte de resolver problemas (1995) são: 1ª etapa: Compreensão do problema: Nesta etapa é importante fazer perguntas, identificar qual é a incógnita do problema, verificar quais são os dados. 2ª etapa: Estabelecimento de um plano: Nesta etapa encontra-se as conexões entre os dados e a incógnita, caso seja necessário, considera-se problemas auxiliares ou particulares. É preciso chegar a um plano para a resolução. 3ª etapa: Execução do plano: Nesta etapa executa-se o plano. Verifica-se cada passo, identificando se está correto. 4ª etapa: Retrospecto: Exame da solução obtida e verificação dos resultados e dos argumentos utilizados.

A utilização da Resolução de Problemas nas aulas de Matemática tem o intuito de colaborar para que haja alguma mudança na perspectiva da ação docente, para além da organização do conhecimento em disciplinas. Pode-se dizer que esta intervenção é modesta, pois a organização da escola escolhida permanece pautada no modelo disciplinar. No entanto, esperamos que os alunos sejam estimulados a relacionar os conhecimentos escolares adquiridos, não só à resolução de problemas matemáticos e suas generalizações, mas também com problemas relativos a outras áreas do conhecimento e outras disciplinas escolares. (ONUChic, ZUFFI, 2007)

Na concepção de Schoenfeld (1980), a Resolução de Problemas em sala de aula é um dos importantes aspectos a serem observados pelos professores pois, além de possibilitar uma classe mais dinâmica e motivada, desenvolve o potencial para solucionar problemas na própria vida. “Explicando para os estudantes de onde vêm os argumentos - ou melhor, trabalhando os argumentos com eles – pode ajudar a desmistificar a Matemática e viabilizar que os estudantes a compreendam sem medo e tribulações” (Schoenfeld, 1980, p. 15).

Segundo os PCN's (1997), a proposta pedagógica por meio da Resolução de Problemas, segue princípios indispensáveis. Em síntese, tem-se que:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. E só há problema se o estudante for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- o estudante não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático só é construído se articulado com outros conceitos, por meio de relações e generalizações;

- a Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esse estudo foi desenvolvido em uma turma de 1º ano do Ensino Médio com 19 estudantes. Foram propostos variados problemas envolvendo o conceito de Função Afim no decorrer das aulas, e para uma análise mais detalhada, será apresentado os resultados da resolução de apenas três. A proposta metodológica foi a Resolução de Problemas e como o objetivo não era ensinar sobre a Resolução de Problemas, mas por meio dela, as estratégias e etapas foram os estudantes que descobriram, sendo orientados pela professora.

A atividade desenvolvida organizou-se em três momentos. Primeiramente, solicitou-se aos estudantes a organização em grupos para resolver os três problemas que foram entregues em uma folha e também foram feitas as combinações para o bom andamento do trabalho.

No segundo momento, os grupos trabalharam individualmente em suas resoluções com discussões internas. Desse modo, fizeram a leitura dos problemas, a interpretação e formularam as hipóteses de resolução, podendo buscar informações no livro texto. No terceiro momento, foram feitas as discussões acerca de cada problema e a socialização das estratégias de resolução de cada grupo. O material foi recolhido para a análise que será apresentada posteriormente.

Como instrumentos de coleta de dados utilizaram-se, além do material entregue, a observação intencionada e um questionário direcionado aos alunos. O questionário buscou conhecer o interesse dos estudantes pelos problemas matemáticos e de que forma a Resolução de Problemas contribuiu para seu aprendizado.

Optou-se por uma pesquisa de abordagem qualitativa. Segundo Bicudo (2004, p.104) uma pesquisa qualitativa engloba, “a ideia do sujeito, possível de expor sensações e opiniões.” A pesquisa também considerou os estudantes que atingiram e os que não atingiram as competências na resolução de cada problema.

Marinho-Araujo (2004, p. 90), utilizando-se dos estudos de diferentes autores, diz que o desenvolvimento de competências é composto por diversos elementos entre os quais estão “os conhecimentos, as habilidades e demais recursos subjetivos, entendidos tanto como capacidades cognitivas, afetos, desejos, quanto saberes conceitos, posturas, atitudes”.

Desse modo,

ser competente caracteriza-se por, diante de uma situação-problema, mobilizar esses recursos, comportamentos e conhecimentos disponíveis e articulá-los aos pontos críticos identificados, para que seja possível tomar decisões e fazer encaminhamentos adequados e úteis ao enfrentamento da situação. (MARINHO-ARAUJO, 2004, p.90).

3.1 DESEMPENHO DOS ESTUDANTES FRENTE AOS PROBLEMAS

3.1.1 O primeiro problema

Para verificar se os estudantes identificam que as funções descrevem fenômenos do cotidiano e se conseguem fazer representações gráficas percebendo a relação entre duas grandezas elaborou-se o seguinte problema:

Problema 1: Um reservatório está sendo cheio por meio de um encanamento que despeja 15 L de água a cada minuto.

- a) Represente graficamente esta situação.*
- b) Escreva a função afim que representa esta situação.*
- c) Qual o nome particular que este tipo de função afim recebe?*
- d) Quando se passaram 7 minutos quantos litros de água terão sido despejados?*

Ao iniciarem a resolução, os estudantes estavam interessados e motivados, porém o que gerou certa dificuldade foi a interpretação do problema. Por mais que eles já venham trabalhado com situações semelhantes em aula, a leitura e interpretação do problema é a dificuldade mais recorrente.

Para dar continuidade a aula, a professora realizou a leitura conjunta, questionou os alunos sobre os dados informados no problema, e por meio do diálogo e das discussões, a maioria dos grupos conseguiu resolver de forma adequada, escrevendo a função e sua representação gráfica. É fundamental que professores e alunos adotem uma postura baseada no diálogo, uma relação aberta, de curiosidade, deixando para trás atitudes que reforcem a passividade (FREIRE, 1996).

Para uma análise mais detalhada elaborou-se o quadro 1, que explicita as competências para a resolução desse problema.

Quadro 1 - Desempenho dos estudantes no 1º problema

COMPETÊNCIAS	Atingiram	Não atingiram
Compreender o problema e elaborar uma estratégia de resolução	17	2
Identificar a função que descreve a situação problema	15	4
Representar graficamente a relação entre as grandezas	17	2
Identificar o tipo de função afim e suas características	8	11

Fonte: O autor (2014).

É possível verificar que dezessete estudantes conseguiram compreender o problema e elaborar uma estratégia de resolução. Isso facilitou a identificação da função e sua escrita. Podemos perceber que, alguns estudantes, mesmo não conseguindo escrever a função, representaram graficamente a relação entre as grandezas. Ou seja, eles conseguiram compreender o problema e identificar que a cada minuto estavam sendo despejados 15 litros, então ao passarem 2 minutos o reservatório terá 30 litros, ao passarem 3 minutos o reservatório terá 45 litros, ou seja, identificaram o padrão.

Evidencia-se que com esse modo de pensar eles possuem a estrutura multiplicativa desenvolvida e também o conceito de razão e proporção. O pensamento proporcional refere-se, à habilidade de analisar situações, estabelecer relações e derivar valores. A compreensão da razão e da proporção é a base para o trabalho com grandezas direta e inversamente proporcionais, sendo uma condição necessária para o desenvolvimento do pensamento proporcional. (SPINILLO, 1993).

A Resolução de Problemas representa um contexto propício à construção do conhecimento matemático a partir da observação e percepção de padrões. Como afirma Van de Walle (2001, p.16), “A Matemática é uma ciência de coisas que têm um padrão de regularidade e uma ordem lógica. Descobrir e explorar essa regularidade ou essa ordem e, então, dar sentido a ela é o que significa fazer matemática”.

Os estudantes demonstraram um bom desempenho na percepção de que as funções descrevem fenômenos de variação, pois dezessete alunos conseguiram relacionar as grandezas e representar graficamente o fenômeno. Enquanto a parte da definição, na qual deveriam identificar o tipo de função afim, não teve um

desempenho tão satisfatório e apenas oito alunos atingiram. Talvez isso seja efeito da dificuldade dos estudantes em interpretar a linguagem matemática, bem como a definição de função linear.

Encontra-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (2000b) que além das conexões internas da própria matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos do cotidiano. Cabe, portanto, ao professor de matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas. Nesse sentido, por meio de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação Matemática. (BRASIL, 2000b).

Vale destacar algumas representações gráficas feita pelos estudantes que descrevem o problema 1, na Figura 1.

Figura 1 - Representações feitas pelos estudantes.

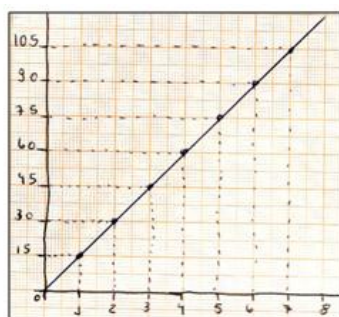


Gráfico A

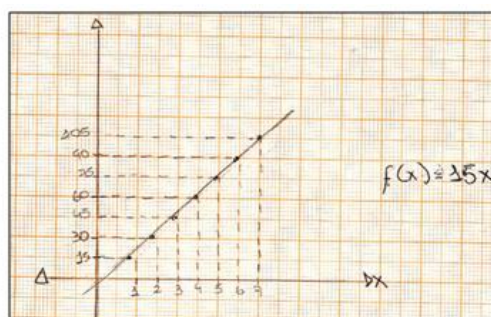


Gráfico B

Fonte: O autor (2014).

Complementando as afirmações acima, vale citar Ponte (1992) que considera que o ensino das funções deve articular de modo equilibrado os vários tipos de representação: numérica, gráfica e algébrica. O autor defende que o estudo das propriedades das funções a partir dos seus gráficos pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa e o estudo analítico das funções deve surgir com base em atividades sistematicamente realizadas a partir da representação numérica e da representação gráfica.

3.1.2 O segundo problema

Com o intuito de proporcionar aos estudantes a verificação da aplicabilidade das funções em situações da vida diária e a necessidade do conhecimento matemático para a tomada de decisões, elaborou-se o seguinte problema:

Problema 2: Quando viajei de Porto Alegre para a cidade A, gastei 15 litros de gasolina. Quantos litros vou gastar para ir de Porto Alegre para a cidade B, supondo as mesmas condições durante a viagem? São dados:

-A distância entre Porto Alegre e a cidade A é 180 km.

-A distância entre Porto Alegre e a cidade B é 288 km.

Monte o quadro que relaciona esses dados:

Km		60	80	180					288
Litros	1			15	20				

a) A quantidade de gasolina está relacionada com a quantidade de quilômetros rodados?

b) Escreva uma expressão que representa esta situação.

c) Se levar dois amigos e dividirmos as despesas com a gasolina, quantos litros cada um vai pagar?

d) Supondo que o litro de gasolina custa R\$ 3,20, construa uma tabela que relaciona o gasto com a viagem para a cidade B.

e) Escreva uma expressão que relaciona o preço com o litro de gasolina.

f) Faça os gráficos da situação b e da situação e.

Na resolução do problema dois, os estudantes demonstraram mais facilidade para identificar os dados, porém apresentaram dificuldades em utilizar as informações para criar uma estratégia de resolução. A professora, proporcionou novamente um momento de discussões e isto possibilitou que completassem os dados no quadro, verificando quantos quilômetros era possível andar utilizando um litro de gasolina. Na visão de Onuchic e Zuffi,

Compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados em um processo de aprendizagem através da Resolução de Problemas. No decorrer desse processo, a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidas depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direcioná-los para "o que pensar" ou "o que fazer", conduzindo-os somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir. (2007, p. 83).

Para uma análise mais detalhada, o quadro 2 explicita as competências para a resolução desse problema.

Quadro 2: Desempenho dos estudantes no 2º problema

COMPETÊNCIAS	Atingiram	Não atingiram
Compreender o problema e elaborar uma estratégia de resolução	17	2
Completar e interpretar os dados na tabela	17	2
Identificar o padrão da sequência	16	3
Encontrar a função que relaciona as grandezas (gasolina e quantidade de Km rodados)	15	4
Encontrar a função que relaciona as grandezas (preço e quantidade de litros de gasolina)	15	4
Perceber a relação de dependência entre as variáveis	14	5
Representar graficamente as duas funções	14	5

Fonte: O autor (2014).

A partir dos resultados apresentados, verifica-se que dezessete estudantes conseguiram compreender o problema e elaborar uma estratégia, de modo a completar a tabela de forma adequada. Foi satisfatório o número de estudantes que conseguiram identificar o padrão da sequência, e isto facilitou a dedução da função que relacionava as grandezas, gasolina e quantidade de quilômetros. O mesmo fica evidente quando se solicita que encontrem a função que relaciona outras grandezas, nesse caso, o preço e a quantidade de litros de gasolina.

Para completar os dados da tabela era necessário descobrir quantos quilômetros o carro andava com cada litro de gasolina. A figura 2, mostra a estratégia de um estudante para conseguir encontrar a quantidade de quilômetros a cada litro de gasolina.

Figura 2 - Estratégia utilizada pelo estudante.

$$\begin{array}{r} 180 \\ \underline{15} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 \\ 12 \end{array}$$

Fonte: O autor (2014)

A partir da descoberta, o estudante conseguiu completar adequadamente os dados na quadro, como mostra a figura 3:

Figura 3 - Quadro feito pelo estudante A

Km	12	60	80	180	240	252	264	276	288
Litros	1	5	6,6	15	20	21	22	23	24

Fonte: O autor (2014)

Na figura 4, apresenta-se outro exemplo de quadro construído por outro estudante.

Figura 4 - Quadro feito pelo estudante B

Km	12	60	80	180	240	250	260	270	288
Litros	1	5	6,6	15	20	20,8	21,6	22,5	24

Fonte: O autor (2014)

Podemos analisar as diferentes estratégias utilizadas no momento de completar os dados. O estudante A, percebeu que a quantidade de quilômetros dependia da quantidade de litros, e assim determinou o número de litros e multiplicou por 12, obtendo o valor de quilômetros, ou seja, ele usou a função $f(x)=12x$ de forma intuitiva. Já o estudante B, determinou primeiramente valores para os quilômetros e em seguida dividiu por 12, obtendo assim o número de litros gastos.

Quando questionado, se existe uma relação entre, a quantidade de gasolina e a quantidade de quilômetros, o estudante C respondeu: *sim, pois a cada 12 km o carro gasta 1 litro de gasolina.*

Assim, a resolução do problema proporcionou a verificação de que existem grandezas dependentes e grandezas independentes. Brito e Almeida (2005) sugerem, ao introduzir o estudo de funções, que este seja feito através de situações que evidenciem seu caráter dinâmico, que permitam ao aluno compreender o conceito de variável, expressar a relação de dependência entre duas variáveis e identificar entre elas a variável dependente e independente.

O ensino por meio da Resolução de Problemas busca, não apenas resolver problemas, pois esse se torna um ponto central, a partir do qual se constrói o conhecimento. Nesse processo, o professor tem a oportunidade de formalizar conceitos mais abstratos de forma contextualizada e significativa. Para as autoras Onuchic e Allevalo:

O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática. (2004, p.228)

Nas representações gráficas desse problema o desempenho dos estudantes foi bom. Na figura 5, explicita-se a representação gráfica de dois alunos, e verifica-se que o estudante D, apesar de ter identificado a relação de dependência entre as grandezas, não conseguiu representar adequadamente os valores, colocando os valores dos quilômetros rodados na eixo das ordenadas, o que torna-o variável dependente. Ou seja, apresentou dificuldades em transpor os dados da tabela para o gráfico. No exemplo do estudante E, consegue escrever os valores de forma adequada, porém o gráfico traçado está impreciso, pois deveria iniciar na origem, pois assim que o carro começa a se movimentar, já está consumindo gasolina.

Figura 5: Representações feitas pelos estudantes.

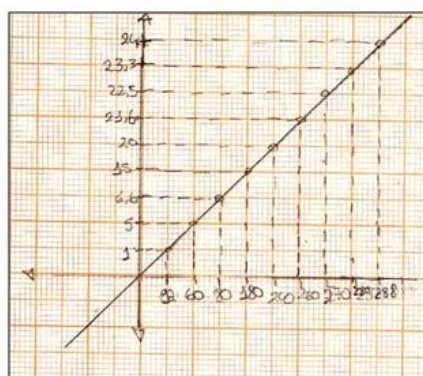


Gráfico estudante D

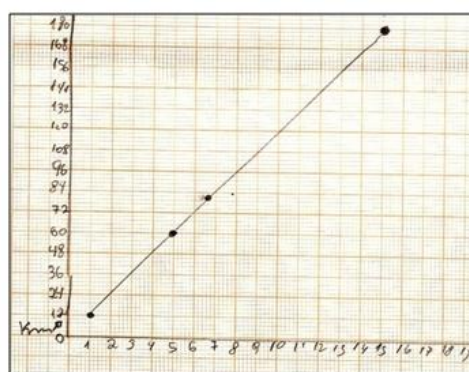


Gráfico estudante E

Fonte: O autor (2014).

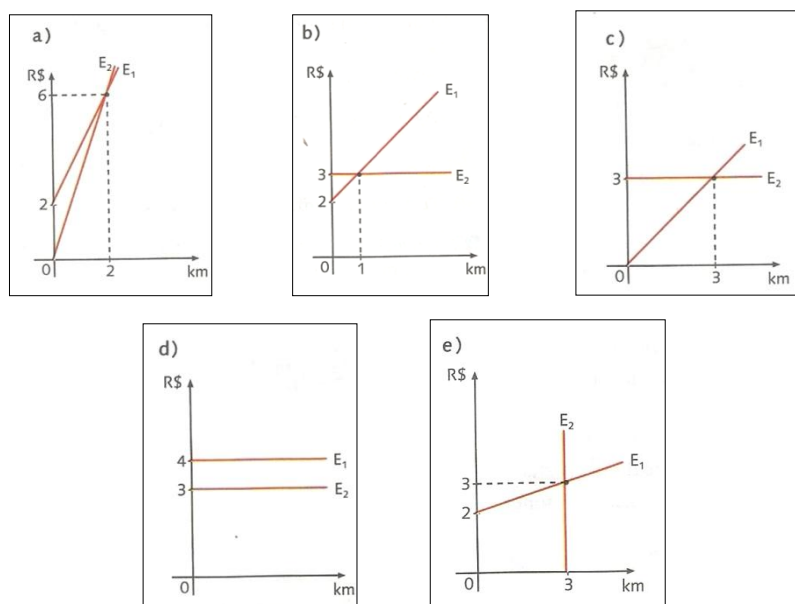
Na concepção de Trindade e Moretti (2000), além da transição entre as diversas formas de representar uma função, o professor deve explorar a representação verbal de funções. Os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e a apresentarem argumentos

que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica. A utilização da linguagem oral e escrita auxilia o aluno a organizar o próprio raciocínio, a fazer a passagem de uma forma de representação para a outra e explicitação das noções de variável, dependência, regularidade e generalizações (TRINDADE; MORETTI, 2000).

3.1.3 O terceiro problema

Para verificar se os estudantes conseguem ler e interpretar as informações expressas em gráficos, fazer inferências e expor argumentos coerentes elaborou-se o seguinte problema:

Problema 3: A empresa E_1 cobra R\$ 2,00 a bandeirada e mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. Já a empresa E_2 cobra R\$ 3,00 por quilômetro rodado e não cobra bandeirada. Escolha qual gráfico abaixo representa as duas tarifas, explicando o porque. Justifique também os gráficos que não representam a situação².



A resolução do problema três exigiu dos estudantes a interpretação de gráficos. Demonstraram interesse pela situação problema, e conseguiram na sua maioria encontrar um resposta adequada. Alguns grupos tiveram um pouco mais de dificuldades no momento das justificativas. Por meio das discussões no grande

² Adaptado de RIBEIRO, Jackson. Matemática: ciência, linguagem e tecnologia. 1: ensino médio. São Paulo. Spicione, 2010, p.100.

grupo e da socialização das descobertas feitas pelos colegas e pela professora, a atividade ficou mais fácil e compreensível.

Para uma análise mais detalhada, o quadro 3 explicita as competências para a resolução desse problema.

Quadro 3 - Desempenho dos estudantes no 3º problema

COMPETÊNCIAS	Atingiram	Não atingiram
Compreender o problema e elaborar uma estratégia de resolução	15	4
Identificar o gráfico mais adequado	14	5
Utilizar as informações expressas nos gráficos para justificar a escolha	14	5
Reconhecer uma função constante nos gráficos	5	14

Fonte: O autor (2014).

Com base nos dados, verifica-se que quinze estudantes conseguiram compreender o problema e quatorze conseguiram identificar o gráfico mais adequado. As justificativas apresentadas foram bem interessantes, utilizaram as informações expressas dos gráficos de forma coerente. A seguir algumas das justificativas interessantes apresentadas pelos estudantes:

É a alternativa a, pois é o único em que E_2 corta no zero (refere-se a origem), os outros não condizem com o problema.

O gráfico que representa os valores é o da alternativa a, pois a bandeirada E_1 corresponde a R\$2,00 e na E_2 não é cobrada, só o Km que custa R\$3,00 e quando está no quilômetro 2 custará R\$ 6,00.

Não é o gráfico da alternativa b, porque a E_2 fica sempre constante.

Não é o gráfico da alternativa c, pois se fosse não pagaria nada na bandeirada do E_1 .

Não é o gráfico da alternativa d, pois são funções constantes e não correspondem.

Não é o gráfico da alternativa e, porque o zero não está presente no gráfico (refere-se a origem) e no gráfico mostra que na E_2 está sendo cobrada bandeirada.

Desde modo, verificou-se que problemas envolvendo a interpretação de gráficos são importantes para desenvolver a argumentação dos sujeitos e a tomada de decisões. A familiarização do aluno com os diversos tipos de gráficos pode se dar ao mesmo tempo que o aluno adquire as noções de variável e dependência, básicas

para a construção do conceito de função. Essas noções ficam cada vez mais claras ao passo que o aluno constrói e interpreta gráfico (TINOCO, 1998)

Smole et al (1989, p. 1) argumenta: Nossa sugestão é que, a partir de problemas concretos e interessantes, o aluno seja capaz de construir e interpretar tabelas e gráficos, sendo que as situações apresentadas devem sempre se reportar ao universo mais próximo do aluno.

A breve análise revela diversas contribuições da Resolução de Problemas como método de ensino. É dada ênfase a participação, ao diálogo, a descoberta, a comunicação matemática. É notório que os conceitos e definições emergem dos próprios problemas e assim os estudantes conseguem relacionar conceitos abstratos com situações do cotidiano.

É fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca. Para melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o estudante desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico. (SMOLE e CENTURIÓN, 1992)

3.2 PERCEPÇÕES DOS ESTUDANTES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Nesta seção, busca-se comunicar as percepções dos estudantes sobre as atividades desenvolvidas. A partir dos dados coletados por meio de um questionário, foi analisado o que os estudantes pensam por problema e por problema matemático, além do gosto por resolver problemas. Sobre a aprendizagem, buscou-se verificar o que pensam ser o melhor modo de aprender Matemática e como a Resolução de Problemas contribuiu para sua aprendizagem.

A análise de dados será feita por meio do método de *Análise de conteúdo*, que consiste em um método de análise textual em que se utilizam questões abertas de questionários e entrevistas. Segundo Moraes,

Como método de investigação, a análise de conteúdo compreende procedimentos especiais para o processamento de dados científicos. É uma ferramenta, um guia prático para a ação, sempre renovada em função dos problemas cada vez mais diversificados que se propõe a investigar. Pode-se considerá-la como um único instrumento, mas marcado por uma grande

variedade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto, qual seja a comunicação. (MORAES, 1999, pg. 7-32)

Ainda segundo o autor, "Esta metodologia visa uma compreensão de significados que vai além de uma leitura comum podendo assim atingir níveis de compreensão mais aprofundados dos fenômenos que se propõe a investigar". (MORAES, 1999, p. 7-32).

A priori, já havia sido estabelecido as 5 grandes categorias que conduziram a análise, sejam elas: Problema; Problema matemático; Interesse por Problemas Matemáticos; Aprendizagem matemática e; Contribuições da Resolução de Problemas na Aprendizagem. Ao unitarizar as respostas dadas às perguntas do questionário, emergiram subcategorias.

Referente à primeira categoria, a maioria dos estudantes expressou que considera problema algo que temos que resolver, ou uma dificuldade que aparece no nosso dia-a-dia. Do mesmo modo, escreveram que problema é um obstáculo, uma barreira que necessita a busca de uma solução para ser superada.

Confirma-se esta percepção com o que foi escrito pelos estudantes A e B:

É um obstáculo que precisa ser vencido ou resolvido. Problemas acontecem para resolvermos da melhor maneira. (Estudante A)

São coisas de difícil resolução que aparecem para dificultar nossa vida, mas também para nos ensinar. (Estudante B)

Foi recorrente a escrita de que os problemas interferem de diversas maneiras, seja na família, como também nas finanças e nos relacionamentos amorosos. Como escreve o estudante C:

Problema é algo que é difícil de resolver, porém não impossível. Qualquer problema no amor, na família, tem como resolver, alguns com mais dificuldades que os outros. (Estudante C).

Desse modo, ao buscar as unidades é possível sugerir as seguintes subcategorias: "Dificuldade da vida real" e "Situação que exige a busca de uma solução".

Na segunda categoria, grande parte dos estudantes expressou que problemas matemáticos são "contas" e que envolvem números, equações, gráficos. Ou seja, precisam de uma solução que utiliza-se de conhecimentos matemáticos.

Alguns expressaram que são situações que temos que pensar. Na opinião dos estudantes D e E, problema matemático:

São coisas que envolvem números e estão em tudo. (Estudante D)

É uma história que nos leva a uma conta, é um exemplo muitas vezes do dia a dia. (Estudante E)

Verifica-se que os estudantes compreendem o que é um problema e o que é um problema matemático fazendo a diferenciação entre eles. Evidencia-se que os estudantes perceberam o fato de que problema matemático também pode estar retratando uma situação do cotidiano. É imprescindível, em sala de aula, que professores busquem relacionar o conteúdo matemático com o cotidiano. Nos estudo de Ferreira (1998, p.140), “é forte a crença de que relacionar os conteúdos matemáticos com situações do dia-a-dia seja a melhor maneira de conseguir que todos os alunos aprendam”.

Sendo assim, ao buscar as unidades é possível sugerir as seguintes subcategorias: "Envolve conhecimento matemático" e "Situação que exige o pensar".

Na terceira categoria, discute-se o interesse por resolver problemas matemáticos. A maioria expressou que gosta de resolvê-los e que deste modo consegue aprender melhor o conteúdo estudado. Confirma-se o interesse, com os depoimentos dos estudantes F, G e H:

Sim, porque é algo que me desafia cada vez mais. É bom olhar para aquilo e ver que eu resolvi. (Estudante F).

Eu adoro resolver problemas matemáticos porque isso ajuda muito futuramente, independente da profissão que estivermos. (Estudante G).

Eu gosto porque faz a gente pensar bastante para resolver. (Estudante H).

Porém, alguns estudantes apresentaram opinião contrária, explicando que não gostam de resolver problemas que são difíceis e os que não é possível encontrar o resultado rapidamente, preferindo exercícios diretos. Fica evidente na opinião do estudante I:

Não gosto muito, pois depende do problema. Prefiro quando tem exercícios diretos aos problemas que precisa ficar pensando sobre a história e tentando encontrar uma solução. (Estudante I)

O posicionamento evidencia a dificuldade do sujeito frente a uma nova proposta de ensino, pois está acostumado com um ensino de matemática que não exige o pensar e o fazer matemático, apenas a aplicação direta do conceito por meio

de exercício. Para alguns, estudantes a reação negativa mostra a dificuldade com a disciplina e o comodismo quanto ao desafios, evidenciando a passividade. Para completar a discussão, Dante afirma que:

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor. (1991, p.30).

Para que esse método de ensino se consolide, tanto aluno como professor, precisam de uma mudança de postura frente ao processo de ensino e de aprendizagem.

Nesta perspectiva, ao buscar as unidades é possível sugerir as seguintes subcategorias: "Compreende melhor o conteúdo", "Desafia e faz pensar" e "Prefere exercícios diretos".

Na quarta categoria faz-se inferências sobre a visão dos estudantes sobre a aprendizagem matemática. Foi relevante nas citações, a necessidade de buscar novos métodos de ensino. Este fato é de grande valia, pois os estudantes retratam a falta de inovação pedagógica por parte dos educadores, que ministram suas aulas da mesma forma que ministravam a anos atrás, sem perceber os interesses e as especificidades dos educandos de agora.

O comentário do estudante J evidencia que, a melhor maneira de aprender matemática é com: *Aulas divertidas, interativas, trazer outro jeito de aprender matemática que não seja o básico, copiar do quadro ou livro, que a grande maioria não entende. O professor tem que interagir com os alunos trazendo meios diferentes de ensinar matemática. (Estudante J)*

A interação do professor com aluno foi outro ponto destaque apresentado pelos estudantes, pois desta forma o conteúdo fica mais fácil e a matemática fica mais atrativa e significativa, fazendo com que superem as dificuldades com esta disciplina. No depoimento do estudante A, fica evidente a importância do papel do professor para a qualidade das aulas de matemática e também sugere que problemas matemáticos são um bom método de ensino: *acredito que o professor se dedicando à ensinar e tendo vontade que o aluno aprenda, a matéria é ensinada. Problemas Matemáticos é um bom método. (Estudante J)*

Ressalta-se que é preciso novas alternativas na avaliação em Matemática. Um ensino que não dê valor apenas para o produto final, mas que considere todo o

processo e que valorize a participação e a comunicação matemática. No depoimento do estudante C percebemos que uma boa avaliação pode ser: *Em forma de trabalho com problemas, porque consigo tirar todas as dúvidas. Assim eu aprendo mais do que em provas e é mais divertido e não torna a matemática chata. (Estudante C).*

Desse modo, ao buscar as unidades é possível sugerir as seguintes subcategorias: "Métodos diferentes de ensino", "Aulas interativas" e "Diferentes formas de avaliação".

Na quinta categoria, é discutido sobre as contribuições da Resolução de Problemas na aprendizagem sobre Função Afim. Os estudantes evidenciaram que esse método de ensino facilitou a compreensão do conteúdo e dos conceitos mais abstratos. No depoimento do aluno F, isto fica evidente: *A Resolução de Problemas facilitou a aprendizagem, porque gosto de trabalhar com problemas e acho que se o aluno gosta daquilo que faz com certeza aprende melhor e assim, talvez consiga fazer com mais facilidade aquilo que não gosta. (Estudante F).*

Foi relevante nos depoimentos dos estudantes, que a Resolução de Problemas proporcionou mais interação nas aulas, demonstrando que as discussões, a comunicação e a troca de saberes são inerentes ao processo de ensinar e de aprender. A comunicação matemática se faz cada vez mais necessária em sala de aula.

Completando as afirmações acima, vale citar Santos (2005, p.119) que considera que no ensino e aprendizagem da matemática, os aspectos linguísticos precisam ser considerados inseparáveis dos aspectos conceituais para que a comunicação e, por extensão, a aprendizagem aconteça. O estudante K, expressa que, a Resolução de Problemas *facilitou bastante porque consegui entender a matéria pela forma interativa das aulas.*

A participação ativa dos estudantes também foi um ponto bem significativo e colaborou para o bom desempenho no processo de resolução. Fica evidente no depoimento do estudante L, que a Resolução de Problemas *facilitou a compreensão da matéria e eu participei mais e desenvolvi minha aprendizagem.*

O método de ensino proporcionou a criação de diferentes estratégias de resolução e formulação de diferentes raciocínios para a compreensão dos conceitos, tornando-os mais significativos. O estudante E ressalta este fato ao escrever que: *a Resolução de Problemas facilitou a aprendizagem, pois é mais fácil o raciocínio com problemas.*

Dessa forma, ao buscar as unidades é possível sugerir as seguintes subcategorias: "Facilitou a compreensão do conteúdo", "Proporcionou mais interação entre professor e aluno", "Promoveu maior participação dos estudantes nas aulas" e "Estimulou diferentes raciocínios". Para sintetizar as categorias e as subcategorias emergentes, organizou-se o quadro 4.

Quadro 4: Categorias e subcategorias

Categorias	Subcategorias
<i>Problema</i>	-Dificuldade da vida real -Exige a busca de uma solução
<i>Problema matemático</i>	-Envolve conhecimento matemático -Situação que exige o pensar
<i>Interesse por problemas matemáticos</i>	-Compreende melhor o conteúdo -Desafia e faz pensar -Prefere exercícios diretos
<i>Aprendizagem Matemática</i>	-Métodos diferentes de ensino -Aulas interativas -Diferentes formas de avaliação
<i>Contribuições da Resolução de Problemas na aprendizagem</i>	-Facilitou a compreensão do conteúdo -Proporcionou mais interação entre professor e aluno -Promoveu maior participação dos estudantes nas aulas -Estimulou diferentes raciocínios

Fonte: O autor (2014).

É importante que o estudante seja estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas e a formular estratégias. Deste modo, evidencia-se uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação reflexão que se constrói conhecimentos. (BRASIL, 1998).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final deste artigo é possível descrever as contribuições da Resolução de Problemas como método de ensino e as implicações na aprendizagem dos estudantes. É necessário considerar que a pesquisa foi realizada com apenas uma turma, portanto as reações, intervenções e resultados são peculiares a este grupo.

Todavia, foi possível perceber que este método de ensino proporciona aprendizagens significativas, podendo transformar a realidade das aulas de Matemática. Mas ainda é preciso estender as discussões sobre um ensino de

Matemática de qualidade, buscando uma abordagem diferenciada para o ensinar, de forma a superar o paradigma da dificuldade.

No que é tangível ao professor, ao utilizar a Resolução de Problemas, seu papel será de incentivador e mediador das ideias e hipóteses apresentadas pelos seus educandos, levando-os a pensarem e a construírem seus próprios conhecimentos. Deve-se proporcionar um ambiente de cooperação, de busca, de exploração e descoberta e o mais importante é o processo. O professor não é um expectador, ele é autor coadjuvante da aprendizagem.

Ao que se refere ao estudante, ele deve participar ativamente compartilhando resultados, analisando, refletindo, enfim, aprendendo a aprender. Também é importante que, discuta os diferentes caminhos e estratégias de resolução, propiciando a comunicação matemática.

A comunicação e a participação dos estudantes ajuda o professor a identificar as dificuldades, incompreensões e a perceber as concepções sobre o mesmo conceito e a obter evidências sobre os conhecimentos do grupo em que esta trabalhando.

Para o sucesso da utilização do método de ensino, é essencial um bom planejamento das atividades e do encaminhamento dos questionamentos. As problematizações devem ter como objetivos direcionar a aprendizagem. A Resolução de Problemas proporciona a relação entre o conteúdo estudado e as situações reais, e pode ser considerado uma alternativa para superar as dificuldades dos estudantes em relação à disciplina.

O trabalho com Resolução de Problemas estimula a autonomia dos estudantes, pois eles podem decidir o melhor caminho para a solução, sem a necessidade de uma resposta pronta do livro ou do professor. É essencial que os estudantes se tornem capazes de enfrentar situações novas e diferentes, buscando novos conhecimentos e novas habilidades.

Contudo, fica evidente que a Resolução de Problemas é um método de ensino eficaz e pode ser implantado com êxito em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM)**. Parte III- Ciências da natureza e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000b.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BRITO, D. dos S.; ALMEIDA, L. M. W. de. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas: UNICAMP, v. 13, n. 23, p. 63-85, jan./jun. 2005.
- D'AMBROSIO, B. S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: **I Seminário de Resolução de Problemas**. Rio Claro: Unesp. 2008.
- DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.
- DOMENICO, E. G. de. Perspectivas atuais em educação: para um mundo interpretado contemporaneamente: contribuição para um debate. **Seminários em Revista**. Revisão de pós-graduação da Universidade Regional de Blumenau, Mestrado em Educação: Ensino Superior, Ed. FURB, v.2, n.5, maio 1999, p. 25-44.
- FERREIRA, A. C. **O desafio de ensinar - aprender matemática no noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte**. Campinas; SP, 1998.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GLOBO. **Só 10% dos estudantes sabem matemática ao sair da escola**. 2013. Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/comunicacao-e-midia/educacao-na-idia/26151/so-10-dos-estudantes-sabem-matematica-ao-sair-da-escola/>>. Acesso em 15 março de 2014.
- LESTER, F. K.; LAMBDIN, D. V. The ship to Theseus and other metaphors for thinking about what we value in mathematics education research. In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. (Eds.), **Mathematics education as a research domain: a search for identity: an ICMI Study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 415-425.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004. p. 1–5.

MARINHO-ARAÚJO, C. M. O desenvolvimento de competências no ENADE: a mediação da avaliação nos processos de desenvolvimento psicológico e profissional. **Avaliação**: Revista da Rede de Avaliação Institucional da Educação Superior, São Paulo, ano 9, v. 9, n. 4, p. 77-97, set. 2004.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999. Disponível em: http://cliente.argo.com.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html , acesso em 15/11/14.

NTCM. **Padrões de currículo e avaliação para a matemática escolar**. Comissão sobre normas para a escola Matemática. 1989. Reston VA: O Conselho.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (Orgs.) **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

ONUCHIC, L. R.; ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n. 11, p.79-97, 2007. Disponível em: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/Union_011_009.pdf >. Acesso em: 26 abr. 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. 1 ed. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: **Educação Matemática**: temas de Investigação, p. 185-239, Lisboa.1992.

SANTOS, V. de M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: Adair Mendes Nacarato; Celi Espasandin Lopes. (Org.). **Escrituras e leituras na Educação Matemática**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, v. 1, p. 117-126.

SCHOENFELD, A. Porque toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P., LEAL, L. C. & PONTE, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projeto MPT, 1980. p. 61-72.

SMOLE, K. C. S.; CENTURIÓN, M. R.; DINIZ, M. I. A interpretação Gráfica e o Ensino de Funções. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 14, 1989.

SMOLE, K. C.S. e CENTURIÓN, Marília. A matemática de jornais e revistas. **RPM**, n. 20, 1 quad., 1992.

SPINILLO, A.G (Org). **Proporções nas séries iniciais do primeiro grau**. Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função no 1º Grau**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 1998.

TRINDADE, J. A. O.; MORETTI, M. T. Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de Funções: a mediação. **Zetetiké**. v.8, n. 13-14, p. 29-50, jan.dez. 2000.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.

_____. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula; tradução Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.