

EPISTEMOLOGIA, LINGUAGEM E METAFÍSICA

Um curioso estado de coisas epistêmico

A curious epistemic state of affairs

* Frank Thomas Sautter

Resumo: Aprimoro o bem-conhecido Quebra-Cabeça da Data de Aniversário com uma nova versão que requer somente seis datas possíveis. Depois, provo que não há versão mais simples desse quebra-cabeça. Essa versão, ao contrário da original, produz o seguinte curioso estado de coisas epistêmico: nós, espectadores, sabemos que Albert e Bernard conhecem a data de aniversário de Cheryl, mas nós mesmos não sabemos a data de aniversário dela. Finalmente, discuto uma versão mais sofisticada desse quebra-cabeça.

Palavras-chave: Quebra-cabeça Lógico. Projeto de Quebra-cabeça. Prova de Impossibilidade. Informação Parcial. Conhecimento Interativo.

Abstract: I improve on the well-known Birthday Puzzle with a new version that requires only six possible dates. Then, I prove that there is no simpler version of this puzzle. This version, unlike the original, produces the following curious epistemic state of affairs: we, kibitzers, know that Albert and Bernard know Cheryl's birthday, but we ourselves do not know her birthday. Finally, I discuss a more sophisticated version of this puzzle.

Keywords: Logical Puzzle. Design of Puzzle. Proof of Impossibility. Partial Information. Interactive Knowledge.

* Doutor em Filosofia. Professor Associado do Departamento de Filosofia da UFSM. Pesquisador do CNPq. <ftsautter@ufsm.br>



1 Introdução

No Quebra-Cabeça da Data de Aniversário (BELLOS 2015a) somos desafiados a descobrir, mediante bom raciocínio, a data de aniversário de Cheryl, dispondo de informação repassada pela própria Cheryl e de informação inferida de um diálogo que ocorre entre Albert e Bernard¹.

Esse quebra-cabeça assemelha-se aos quebras-cabeça da família de quebras-cabeça dos chapéus (MARION; SADRZADEH 2009, p. 341), um *locus* clássico para a discussão de raciocínio a partir de informação parcial, conhecimento comum, e conhecimento interativo.

Contudo, o quebra-cabeça em sua versão original padece de defeitos de construção. Meu objetivo é apresentar uma versão melhorada desse quebra-cabeça.

Na segunda seção apresento, analiso, e soluciono a versão original desse quebra-cabeça; na terceira seção apresento, analiso, e soluciono uma versão mais simples desse quebra-cabeça, de autoria própria; na quarta seção provo que não pode haver versão mais simples desse quebra-cabeça, respeitadas as limitações que imponho à minha própria versão dele; e na quinta seção apresento, analiso, e soluciono uma versão mais sofisticada do quebra-cabeça original, também disponível na literatura.

2 A versão original do quebra-cabeça

2.1 A formulação da versão original

A formulação da versão original do quebra-cabeça é reproduzida por Alex Bellos (BELLOS 2015a), na coluna *Science* do jornal *The Guardian* no dia 13/04/2015 (tradução e pequenas adaptações são minhas):

Albert e Bernard recém tornaram-se amigos de Cheryl, e querem saber quando é o aniversário dela. Cheryl lhes forneceu uma lista com 10 datas possíveis².

Tabela 1. Datas possíveis do aniversário de Cheryl.

Dia	14	15	16	17	18	19
Mês						
Maio		X	X			X
Junho				X	X	
Julho	X		X			
Agosto	X	X		X		

¹ A resolução desse tipo de quebra-cabeça pressupõe agentes epistêmicos ideais, logicamente omniscientes (HINTIKKA 1962).

² A formulação original apresenta as datas possíveis sob a forma de listas, uma para cada mês; preferi apresentá-las sob a forma de uma tabela. Uma boa representação pode ajudar muito na solução de um problema, e, nesse caso, a tabela é melhor representação do que as listas.

Cheryl, então, informou-lhes, separadamente, o mês e o dia de seu aniversário, respectivamente.

– Não sei quando é o aniversário de Cheryl³, disse Albert, mas sei que Bernard tampouco o sabe⁴.

– No início não sabia quando é o aniversário de Cheryl⁵, mas agora sei⁶, disse Bernard.

– Então também sei quando é o aniversário de Cheryl⁷, disse Albert.

Quando é o aniversário de Cheryl?

2.2 A solução da versão original

A seguir, resolverei exemplarmente o quebra-cabeça em sua versão original, ocasionalmente inserindo comentários sobre a qualidade de sua própria formulação.

A afirmação *A1* de Albert (“não sei quando é o aniversário de Cheryl”) não contribui para a solução do quebra-cabeça, porque há ao menos duas datas vinculadas a cada mês. Se houvesse um mês ao qual estivesse vinculada uma única data, a afirmação *A1* de Albert serviria para descartar essa data. A afirmação *A1* de Albert é irrelevante e isso constitui um defeito do quebra-cabeça⁸.

A afirmação *A2* de Albert (“sei que Bernard tampouco sabe quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar os meses de maio e de junho. Se o aniversário de Cheryl fosse em maio, Albert não poderia saber que Bernard não sabe a data de aniversário de Cheryl, porque o dia 19 ocorre somente em maio na lista (tabela) de datas possíveis. De modo semelhante, se o aniversário de Cheryl fosse em junho, Albert não poderia saber que Bernard não sabe a data de aniversário de Cheryl, porque o dia 18 ocorre somente em junho na lista (tabela) de datas possíveis.

Tabela 2. Datas possíveis após o raciocínio com base na afirmação *A2* de Albert.

	Dia	14	15	16	17
Mês	Maio				
	Junho				
	Julho	X		X	
	Agosto	X	X		X

³ Rotulemos *A1* essa afirmação de Albert.

⁴ Rotulemos *A2* essa afirmação de Albert.

⁵ Rotulemos *B1* essa afirmação de Bernard.

⁶ Rotulemos *B2* essa afirmação de Bernard.

⁷ Rotulemos *A3* essa afirmação de Albert.

⁸ Aqui se utiliza um critério semelhante ao de construção de problemas de xadrez: exige-se, na elaboração de um problema de xadrez, economia, ou seja, a menor quantidade de peças que satisfaça à estipulação do problema. No presente caso inserir afirmações que não contribuam para a resolução do quebra-cabeça constitui um defeito.

A afirmação *B1* de Bernard (“no início não sabia quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar as datas de 19 de maio e de 18 de junho, aquela porque o dia 19 ocorre somente em maio e essa porque o dia 18 ocorre somente em junho. Mas esses descartes já os tínhamos e, inclusive, como partes de descartes mais amplos, da afirmação *A2* de Albert. A afirmação *B1* de Bernard é, face à afirmação *A2* de Albert, irrelevante.

A afirmação *B2* de Bernard (“agora sei quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar o dia 14, porque, caso o aniversário de Cheryl fosse no dia 14, Bernard ainda não poderia saber se o aniversário de Cheryl é em 14 de julho ou é em 14 de agosto.

Tabela 3. Datas possíveis após o raciocínio com base na afirmação *B2* de Bernard.

	Dia	14	15	16	17
Mês					
Maio					
Junho					
Julho				X	
Agosto			X		X

A afirmação *A3* de Albert (“Então também sei quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar o mês de agosto, porque, caso o aniversário de Cheryl fosse no mês de agosto, Albert ainda não poderia saber se o aniversário dela é em 15 de agosto ou é em 17 de agosto.

Tabela 4. Datas possíveis após o raciocínio com base na afirmação *A3* de Albert.

	Dia	14	15	16	17
Mês					
Maio					
Junho					
Julho				X	
Agosto					

A única data não descartada é 16 de agosto, a data de aniversário de Cheryl.

Na próxima seção fornecerei uma formulação segundo a qual nenhuma afirmação do diálogo será falsa e, além disso, será fornecido um conjunto mínimo de datas possíveis para atender ao *desideratum* acima exposto.

É importante observar, para o que virá na próxima seção, que mediante bom raciocínio e após o diálogo, não apenas Albert e Bernard sabem a data de aniversário de Cheryl, mas nós, testemunhas de toda a

cena, também sabemos. A formulação, na próxima seção, fornecerá um bônus de valor estético ao quebra-cabeça: Albert e Bernard saberão a data de aniversário de Cheryl, e nós saberemos disso, mas nós mesmos não saberemos a data de aniversário de Cheryl.

3 Uma versão mais simples do quebra-cabeça

3.1 A formulação da nova versão

Minha formulação do quebra-cabeça utilizará exatamente o mesmo diálogo da versão original, mas, no lugar da Tabela 1, utilizarei a seguinte tabela com apenas seis datas possíveis:

Tabela 5. Datas possíveis do aniversário de Cheryl na versão mais simples

Mês \ Dia	15	16	17
Maio	X	X	
Junho			X
Julho		X	
Agosto	X		X

3.2 a solução da nova versão

Proverei, agora, que essa nova versão é adequada ao diálogo original entre Albert e Bernard, assim como com o fato de Cheryl ter informado Albert de seu mês de aniversário e ter informado Bernard de seu dia de aniversário.

A afirmação *A1* de Albert (“não sei quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar as datas de 17 de junho e de 16 de julho, porque, uma vez que há somente uma data em junho e somente uma data em julho, se Albert tivesse recebido como informação um desses meses, sua afirmação *A1* seria falsa.

A afirmação *A2* de Albert (“sei que Bernard tampouco sabe quando é o aniversário de Cheryl”) não contribui para a solução do quebra-cabeça. Sabemos dela mesmo antes do diálogo ser iniciado. Mas irrelevante não é o mesmo que falso. Tomemos essa afirmação como uma expressão de autoconsolo da parte de Albert.

A afirmação *B1* de Bernard (“no início não sabia quando é o aniversário de Cheryl”) também não contribui para a solução do quebra-cabeça, pois cada dia está duplicado, e isso mesmo nós, espectadores, sabemos a partir do momento em que a tabela de datas possíveis foi fornecida. Mas, novamente, irrelevante não é o mesmo que falso. Tomemos essa afirmação como uma expressão de apaziguamento de Bernard.

A afirmação *B2* de Bernard (“agora sei quando é o aniversário de Cheryl”) nos permite eliminar as datas de 15 de maio e de 15 de agosto, porque, caso Bernard tivesse sido informado do dia 15, ele ainda não poderia saber se o aniversário de Cheryl é no dia 15 de maio ou 15 de agosto.

Restaram duas datas: 16 de maio e 17 de agosto. Albert sabe quando é o aniversário de Cheryl, pois, se ele foi informado do mês de maio, o aniversário dela é em 16 de maio, e se ele foi informado do mês de agosto, o aniversário dela é em 17 de agosto. Também Bernard sabe quando é o aniversário de Cheryl, pois, se ele foi informado do dia 16, o aniversário dela é em 16 de maio, e se ele foi informado do dia 17, o aniversário dela é em 17 de agosto. Contudo, nós, espectadores de toda a cena, não podemos saber qual dessas duas datas é a data de aniversário de Cheryl. *Sabemos que Albert e Bernard sabem a data de aniversário dela, mas nós mesmos não sabemos a data de aniversário de Cheryl!*

4 A impossibilidade de uma versão ainda mais econômica

Proverei, a seguir, que não há versão com cinco datas possíveis tais que todas as falas de Albert (*A1*, *A2*, *A3*) e de Bernard (*B1* e *B2*) sejam verdadeiras em relação ao que sabem, a cada momento, acerca da data de aniversário de Cheryl. A prova procede por casos.

Há sete configurações possíveis:

- *Caso 1* – Todas as datas referentes a um único mês: A fala *A1* de Albert é irrelevante. Além disso, claramente a fala *A2* de Albert falha, e também falha a fala *B1* de Bernard.
- *Caso 2* – Quatro datas referentes a um único mês e uma data em outro mês: Para que a fala *A1* de Albert não falhe, a data de aniversário de Cheryl precisa ser no mês com quatro datas. Claramente a fala *A2* de Albert falha, porque apenas um dos quatro dias pode ser duplicado no mês com uma única data.
- *Caso 3* – Três datas em um único mês e duas datas em outro mês: Para que a fala *A2* de Albert não falhe, a data de aniversário de Cheryl precisa ser no mês com duas datas. Nesse caso, embora as falas *B1* e *B2* de Bernard possam ser satisfeitas, a fala *A3* de Albert falha.
- *Caso 4* – Três datas em um mês, uma em outro, e uma em um terceiro: Para que a fala *A1* de Albert não falhe, a data de aniversário de Cheryl precisa ser no mês com três datas. Nesse caso, embora as falas *A2* de Albert e *B1* e *B2* de Bernard possam ser satisfeitas, a fala *A3* de Albert falha.

- *Caso 5* – Duas datas em um mês, duas em outro, e uma em um terceiro: Para que a fala *A1* de Albert não falhe, a data de aniversário de Cheryl precisa ser em um mês com duas datas. Nesse caso, embora as falas *A2* de Albert e *B1* e *B2* de Bernard possam ser satisfeitas, a fala *A3* de Albert falha.
- *Caso 6* – Duas datas em um mês e outros três meses com uma única data cada: Para que a fala *A1* de Albert não falhe, a data de aniversário de Cheryl precisa ser no mês com duas datas. Nesse caso, embora as falas *A2* de Albert e *B1* e *B2* de Bernard possam ser satisfeitas, a fala *A3* de Albert falha.
- *Caso 7* – Cinco meses com uma única data cada: Claramente a fala *A1* de Albert falha.

5 A versão sofisticada do quebra-cabeça

5.1 A formulação da versão sofisticada

A formulação da versão sofisticada do quebra-cabeça é reproduzida por Alex Bellos (BELL0S, 2015b), na coluna *Science* do jornal *The Guardian* no dia 25/05/2015 (tradução e pequenas adaptações são minhas):

Albert, Bernard e Cheryl tornaram-se amigos de Denise, e querem saber quando é o aniversário dela. Denise lhes forneceu uma lista com datas possíveis⁹.

17 / 02 / 2001, 16 / 03 / 2002, 13 / 01 / 2003, 19 / 01 / 2004
13 / 03 / 2001, 15 / 04 / 2002, 16 / 02 / 2003, 18 / 02 / 2004
13 / 04 / 2001, 14 / 05 / 2002, 14 / 03 / 2003, 19 / 05 / 2004
15 / 05 / 2001, 12 / 06 / 2002, 11 / 04 / 2003, 14 / 07 / 2004
17 / 06 / 2001, 16 / 08 / 2002, 16 / 07 / 2003, 18 / 08 / 2004

Denise, então, informou-lhes, separadamente, o mês, o dia, e o ano de seu aniversário, respectivamente.

– Não sei quando é o aniversário de Denise¹⁰, disse Albert, mas sei que Bernard tampouco o sabe¹¹.

– Ainda não sei quando é o aniversário de Denise¹², disse Bernard, mas sei que Cheryl ainda não o sabe¹³.

– Ainda não sei quando é o aniversário de Denise¹⁴, disse Cheryl, mas sei que Albert ainda não o sabe¹⁵.

⁹ Aqui, ao contrário da versão original da segunda seção, não adaptarei as múltiplas listas para uma tabela, porque isso exigiria uma tabela tridimensional e não seria muito útil à resolução do quebra-cabeça. Ao invés disso, na próxima subseção, adotarei múltiplas tabelas.

¹⁰ Rotulemos *A1* essa afirmação de Albert.

¹¹ Rotulemos *A2* essa afirmação de Albert.

¹² Rotulemos *B1* essa afirmação de Bernard.

¹³ Rotulemos *B2* essa afirmação de Bernard.

¹⁴ Rotulemos *C1* essa afirmação de Cheryl.

¹⁵ Rotulemos *C2* essa afirmação de Cheryl.

- Agora eu sei quando é o aniversário de Denise¹⁶, disse Albert.
 - Agora eu também sei¹⁷, disse Bernard.
 - Agora eu também sei¹⁸, disse Cheryl.
- Quando é o aniversário de Denise?

5.2 A solução da versão sofisticada

Convém, para acompanhar a resolução do quebra-cabeça, construir as seguintes duas tabelas, centradas na distribuição de datas possíveis por mês e por dia, respectivamente¹⁹:

Tabela 6. Distribuição de datas possíveis por mês

Janeiro	13 / 2003	19 / 2004	X
Fevereiro	16 / 2003	17 / 2001	18 / 2004
Março	13 / 2001	14 / 2003	16 / 2002
Abril	11 / 2003	13 / 2001	15 / 2002
Maiο	14 / 2002	15 / 2001	19 / 2004
Junho	12 / 2002	17 / 2001	X
Julho	14 / 2004	16 / 2003	X
Agosto	16 / 2002	18 / 2004	X

Tabela 7. Distribuição de datas possíveis por dia

11	Abril 2003	X	X	X
12	Junho 2002	X	X	X
13	Janeiro 2003	Março 2001	Abril 2001	X
14	Março 2003	Maiο 2002	Julho 2004	X
15	Abril 2002	Maiο 2001	X	X
16	Fevereiro 2003	Março 2002	Julho 2003	Agosto 2002
17	Fevereiro 2001	Junho 2001	X	X
18	Fevereiro 2004	Agosto 2004	X	X
19	Janeiro 2004	Maiο 2004	X	X

A afirmação *A1* de Albert (“não sei quando é o aniversário de Denise”) não contribui para a solução do quebra-cabeça, porque há ao menos duas datas vinculadas a cada mês.

A afirmação *A2* de Albert (“sei que Bernard tampouco sabe quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar os dias 11 e 12, porque cada qual ocorre em um único mês da lista de datas possíveis. Também

¹⁶ Rotulemos *A3* essa afirmação de Albert.

¹⁷ Rotulemos *B3* essa afirmação de Bernard.

¹⁸ Rotulemos *C3* essa afirmação de Cheryl.

¹⁹ Observe que uma “tabela por ano” já está, de certa forma, dada na formulação do quebra-cabeça.

nos permite eliminar os meses de abril e junho, porque são os meses em que ocorrem os dias 11 e 12, respectivamente.

A afirmação *B1* de Bernard (“ainda não sei quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar os dias 15 e 17. Se o aniversário fosse no dia 15, porque o mês de abril foi eliminado, Bernard saberia que o aniversário de Denise é em 15 de maio de 2001. Se o aniversário fosse no dia 17, porque o mês de junho foi eliminado, Bernard saberia que o aniversário de Denise é em 17 de fevereiro de 2001.

A afirmação *B2* de Bernard (“sei que Cheryl ainda não sabe quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar o dia 13, porque, caso contrário, Bernard não pode, nesse momento, saber que Cheryl não recebeu, como informação, o ano de 2001 e, com isso, saber que o aniversário de Denise é em 13/03/2001, a única data possível de 2001 ainda não eliminada.

A afirmação *C1* de Cheryl (“ainda não sei quando é o aniversário de Denise”) não contribui para a solução do quebra-cabeça, porque há ao menos duas datas possíveis vinculadas a cada ano ainda não eliminado (2002, 2003, 2004).

A afirmação *C2* de Cheryl (“sei que Albert ainda não sabe quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar o ano de 2004, porque, caso o aniversário de Denise fosse em 2004, Cheryl não poderia saber que Albert não recebeu, como informação, o mês de janeiro e, com isso, saber que o aniversário de Denise é em 19/01/2004, a única data possível em janeiro que ainda não foi eliminada.

A afirmação *A3* de Albert (“agora eu sei quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar o mês de março, porque, entre as datas possíveis ainda não eliminadas, é o único mês relacionado a mais de uma data.

A afirmação *B3* de Bernard (“agora eu também sei quando é o aniversário de Denise”) nos permite eliminar o dia 16, porque, entre as datas possíveis ainda não eliminadas, é o único dia relacionado a mais de uma data.

Nesse ponto do diálogo somente restou uma única data possível – 14/05/2002 – a data de aniversário de Denise, e a afirmação *C3* de Cheryl (“agora eu também sei quando é o aniversário de Denise”) é a expressão da certeza dessa data, obtida mediante bom raciocínio.

Considerações finais

A versão sofisticada do Quebra-Cabeça da Data de Aniversário impõe um desafio ainda mais formidável de simplificação de datas possíveis, de tal modo que o diálogo original ainda faça sentido. *Hic jacet lepus.*

Quem sabe formulações enxutas dessa versão mais sofisticada também possam apresentar o curioso estado de coisas epistêmico apontado na Seção 3 e, com isso, apenas confirmar as dificuldades e as nuances do raciocínio com base em modalidades epistêmicas.

Referências

BELLOS, A. *How to solve Albert, Bernard and Cheryl's birthday maths problem*. 2015a. Disponível em: <www.theguardian.com/science/alexs-adventures-in-numberland/2015/apr/13/how-to-solve-albert-bernard-and-cheryls-birthday-maths-problem>. Acesso em: 06 jul. 2015.

BELLOS, A. *How to solve it: Cheryl's birthday puzzle. Part Two: Denise's revenge*. (2015b. Disponível em: <www.theguardian.com/science/2015/may/26/how-to-solve-it-cheryls-birthday-puzzle-part-two-denises-revenge>. Acesso em: 06 jul. 2015.

HINTIKKA, J. *Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions*. Ithaca: Cornell University, 1962.

MARION, M.; SADRZADEH, M. "Reasoning about knowledge in linear logic: modalities and complexity". In: RAHMAN, S. et al. (Eds.). *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*. Dordrecht: Springer, 2009. p. 327-350.

Endereço postal:

Programa de Pós-Graduação em Filosofia – UFSM
Av. Roraima, 1000, prédio 74-A, sala 2308
Santa Maria, RS, Brasil

Data de recebimento: 07-07-2015

Data de aceite: 06-12-2016