



SEÇÃO: ARTIGOS

A Modelagem na concepção de Educação Matemática de Higginson: relações e implicações envolvidas no processo de ensino e a aprendizagem da Matemática

Modeling in Higginson's conception of Mathematics Education: relationships and implications involved in the process of teaching and learning Mathematics

Dionísio Burak¹

orcid.org/0000-0002-1345-1113

dioburak@yahoo.com.br

Recebido em: 18 ago. 2023.

Aprovado em: 31 out. 2023.

Publicado em: 19 dez. 2023.

Resumo: O artigo apresenta elementos da Modelagem Matemática segundo Burak (2004) orientada pela concepção de Educação Matemática segundo os pressupostos de Higginson (1980). A questão norteadora que se apresenta é: que conexões e implicações são percebidas em relação às dimensões quando se desenvolvem práticas com Modelagem Matemática utilizando os pressupostos da Educação Matemática segundo Higginson, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática? O objetivo geral é pontuar e realizar considerações das dimensões envolvidas no ensino da Matemática segundo Higginson, em práticas com Modelagem Matemática na concepção de Burak. É uma pesquisa do tipo bibliográfica e análise de natureza qualitativa. A análise das relações e implicações fundamenta-se a partir dos elementos proporcionados pelos movimentos da Matemática Moderna e da Educação Matemática. Apresenta os elementos desses movimentos e traz elementos diferenciadores entre a Matemática e a Educação Matemática. Desenvolve os principais elementos e pressupostos da concepção de Modelagem de Burak (2004), princípios e etapas, uma descrição sobre cada uma delas e referenciais que sustentam esses procedimentos. Explicita as dimensões da Matemática, da Psicologia, da Sociologia e da Filosofia contidas nos pressupostos da Educação Matemática, na realização de práticas com a Modelagem. Alguns resultados obtidos mostram forte vinculação entre as dimensões envolvidas na Educação Matemática e os princípios e etapas da Modelagem na Educação Matemática (BURAK, 1992). Essas relações colocam a Modelagem na Educação Matemática como uma prática pedagógica diferenciada no ensino da Matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Ensino e Aprendizagem.

Abstract: The article presents elements of Mathematical Modeling according to Burak (2004) guided by the conception of Mathematics Education according to the assumptions of Higginson (1980). The guiding question that arises is: What relationships and implications are perceived in relation to the dimensions when practices with Mathematical Modeling are developed using the assumptions of Mathematics Education according to Higginson, in the process of teaching and learning Mathematics? The overall objective is to point out and carry out considerations of the dimensions involved in the teaching of Mathematics according to Higginson, in practices with Mathematical Modeling in Burak's conception. It is a bibliographic research and qualitative analysis. The analysis, of relationships and implications, is based on the elements provided by the movements of Modern Mathematics and Mathematics Education. It presents the elements of the Modern Mathematics Movement and the Mathematics Education Movement, and seeks to bring differentiating elements between Mathematics and Mathematics Education. It develops the main elements and assumptions of Burak's (2004) Modeling design, principles and stages, as well as a description of each one of them and some of the references that support these procedures. It seeks to



Artigo está licenciado sob forma de uma licença
[Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

¹ Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), Guarapuava, PR, Brasil; Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa, PR, Brasil.

explain the dimensions of Mathematics, Psychology, Sociology and Philosophy contained in the assumptions of Mathematics Education, in carrying out practices with Modeling. Some results obtained show a strong connection between the dimensions involved in Mathematics Education and the principles and stages of Modeling in Mathematics Education (BURAK, 1992). These relationships place Modeling in Mathematics Education as a differentiated pedagogical practice in the teaching of Mathematics in Basic Education

Keywords: Mathematical Modeling; Mathematics Education; Teaching and learning.

Introdução

O artigo explicita e diferencia a forma de conceber a Modelagem Matemática quando concebida sob o ponto de vista da Matemática na concepção das Ciências Naturais e da Modelagem quando pensada na perspectiva da Educação Matemática de Higginson (1980). Ambas desenvolvem uma prática pedagógica para o ensino da Matemática que visa à melhoria para o aprendizado da Matemática, notadamente no âmbito da Educação Básica. Embora com o mesmo objetivo, essas duas formas de conceber a Modelagem apresentam elementos sutis em relação ao objeto, natureza, metodologia que, sob o ponto de vista da epistemologia, são lacunas e têm consequências no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Esses elementos, explicitados no texto, constituem a diferença para as práticas/atividades com Modelagem no âmbito do ensino da Educação Básica. O artigo traz elementos básicos dos movimentos da Matemática, no Brasil: o Movimento Matemática Moderna, Movimento Educação Matemática e da Modelagem na concepção da Educação Matemática, de Burak (2004), que seguem os pressupostos da Educação Matemática de Higginson (1980). Descreve as premissas e etapas sugeridas para o desenvolvimento da prática com Modelagem e especifica as dimensões propostas por Higginson, envolvidas durante a realização das práticas, em cada uma das etapas e princípios da Modelagem proposta por Burak.

Movimento Matemática Moderna

O ensino da Matemática ao final do século XIX e século XX encontra dois movimentos que marcaram o ensino de Matemática em muitos países. O movimento New Math, deflagrado nos EUA, na década de 1960, e no Brasil, denominado Matemática Moderna. A Matemática, principalmente o campo de aplicações, e a Educação na área da Psicologia da aprendizagem que tratam de conhecer a complexidade dos atos de ensinar e aprender ganharam vitalidade após a Segunda Guerra Mundial. O Movimento Matemática Moderna, reflexo das discussões, dos estudos e dos avanços na área da Matemática pura e aplicada, ao longo dos últimos 150 anos e na melhor compreensão de fatores que envolvem o ensino da Matemática aconteceu ao final da década de 1950, início dos anos de 1960, em um colóquio organizado pela Organização Europeia de Cooperação Econômica em Royaumont, em 1959. Um dos líderes desse movimento foi Jean Dieudonné, uma liderança do grupo Bourbaki, segundo D'Ambrósio (2004).

Para Geraldo Ávila (1993), renomado matemático do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas (IMECC/UNICAMP), ao tratar a crise no ensino de Matemática no ensino de 1º e 2º graus², essas dificuldades, a menos de outros fatores do tipo socioeconômico, mas ligados diretamente ao ensino nas escolas, perpetuam-se desde o início da década de 1960, quando o ensino da Matemática passou por uma reformulação profunda, que deu origem ao que se convencionou chamar de Matemática Moderna. As características principais dessa reforma, para Ávila (1993, p. 1), foram "uma ênfase acentuada na utilização da linguagem dos conjuntos e numa apresentação excessivamente formal das diferentes partes da Matemática".

Os principais propósitos do movimento, segundo os autores Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 13), foram os seguintes:

² Eram os níveis de ensino, à época, equivalentes hoje ao Ensino Fundamental e Médio.

(a) Unificar os três campos fundamentais da matemática. Não uma integração mecânica, mas a introdução de elementos unificadores como Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas e Relações e Funções.

(b) Dar mais ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da matemática em lugar do caráter pragmático, mecanizado, não-justificativo e regrado, presente, naquele momento, na matemática escolar.

(c) O ensino de 1º e 2º graus deveria refletir o espírito da matemática contemporânea que, graças ao processo de "algebrização", tomou-se mais poderosa, precisa e fundamentada logicamente.

O Movimento Matemática Moderna promoveu um retorno ao formalismo matemático sob o fundamento das estruturas algébricas e linguagem formal da Matemática contemporânea. Sob esses fundamentos, enfatizava-se o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais.

Outro matemático renomado, Elon Lages Lima (1999), do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), diz que, a fim de familiarizar gradativamente os alunos com o método matemático, dotá-los de habilidades para lidar produtivamente com os mecanismos do cálculo e dar-lhes condições de e possibilitar-lhes mais adiante utilizarem seus conhecimentos em situações da vida real, o ensino de Matemática deve abranger três componentes fundamentais: conceituação, manipulação e aplicação.

Lima (1999) chama a atenção para a dosagem certa de cada um desses três componentes e que dessa adequação depende o equilíbrio do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. O interesse dos alunos e a capacidade que terão para a empregar, futuramente, não dependem apenas técnicas aprendidas nas aulas, mas sobretudo da percepção, da clareza das ideias e do hábito de pensar e agir de forma ordenada, virtudes que são desenvolvidas quando o ensino respeita o balanceamento dos três componentes

básicos.

Essas considerações do autor é para chamar a atenção para que,

[...] durante o período da chamada Matemática Moderna ocorreu no ensino uma forte predominância da conceituação em detrimento dos outros dois componentes, não havia lugar para as manipulações e muito menos para as aplicações. Por um lado, a Matemática que então se estudava nas escolas era pouco mais do que um vago e inútil exercício de generalidades, incapaz de suprir as necessidades das demais disciplinas científicas e mesmo do uso prático no dia a dia. Por outro lado, como os professores e autores de livros didáticos não alcançavam a razão de ser e o emprego posterior das noções abstratas que tinham de expor, o ensino perdia muito em objetividade, insistindo em detalhes irrelevantes e deixando de destacar o essencial (LIMA, 1999, p. 3).

Essa tendência formalista moderna do ensino da Matemática, segundo Fiorentini (1995, p. 15), "pecou pelo reducionismo à forma de organização/sistematização dos conteúdos matemáticos. Em ambas, a significação histórico-cultural e a essência ou a concretude das ideias e conceitos ficariam relegados a segundo plano".

Em termos pedagógicos, contrariamente à tendência clássica que enfatiza e valoriza o encadeamento lógico do raciocínio matemático e as formas perfeitas e absolutas das ideias matemáticas,

[...] a tendência moderna procurava os desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas, tomando por base não a construção histórica e cultural desse conteúdo, mas sua unidade e estruturação algébrica mais atuais e, é sob essa perspectiva de estudo/pesquisa que é vislumbrada, para a pedagogia formalista-moderna, a possibilidade de melhoria da "qualidade" do ensino da Matemática (FIORENTINI, 1995, p. 15).

Kline, no livro intitulado *O Fracasso da Matemática Moderna*, traduzido para o português, em 1976, cuja versão original data de 1973, e no livro *Why Johnny can't add: The failure of the new math*, apresenta a origem, o porquê e as deformações do movimento de reforma do currículo tradicional no ensino de Matemática nos Estados Unidos, que depois teve repercussão em todo o mundo.

Segundo Soares (2001, p. 111), a insatisfação com o ensino tradicional

[...] fez com que o Movimento Matemática Moderna fosse visto como uma alternativa para o ensino de Matemática já algum tempo desgastado. Embora com dúvida e críticas iniciais de alguns e apoio de outros professores, o movimento iniciado era a esperança para a melhoria do ensino. Nos Estados Unidos o Movimento durou pouco mais de uma década. Teve como fatores o fato de suas ideias iniciais deformadas ou, não "cumpridas" e, complementa que, depois de algum tempo se deparou com a seguinte realidade: o ensino de Matemática não melhorou.

Kline (1976) é um dos maiores e mais ferrenhos detratores do Movimento Matemática Moderna e entre suas críticas constam: ênfase excessiva na forma dedutiva na abordagem, uso de terminologias e simbolismos, conteúdos inadequados para os estudantes e destaque no ensino da Teoria dos Conjuntos.

Esses fatores de críticas contribuem de forma significativa para destruir o espírito da Matemática pelo uso excessivo da dedução, dificuldades psicológicas impostas aos estudantes pelo uso dos simbolismos que causam dificuldade de leitura e entendimento e a inserção de conteúdos inadequados para a faixa etária. O uso da teoria dos conjuntos mostrou-se imprópria e coloca por terra a ideia dos modernistas de ser unificadora da Matemática. O uso das estruturas exige abstração incompatível com o desenvolvimento cognitivo do estudante do ensino elementar.

Movimento Educação Matemática

Com o declínio do Movimento da Matemática Moderna e devido às lacunas deixadas pelo ideário da tendência formalista moderna, os novos estudos e avanços nas áreas da teoria da Psicologia, principalmente a Psicologia Social, das teorias da Educação e aprendizagem, teorias da cognição, na tecnologia da informação e da comunicação, entre outros fatores, foram fatores importantes para os estudos que envolvem o processo de ensino e a aprendizagem da Matemática, principalmente na Educação Básica.

As expressões "Educação Matemática" e "edu-

cador matemático" são utilizadas com conotações distintas. Nos EUA, a expressão "educador matemático" refere-se a quem ensina Matemática. Em muitos países europeus, é chamada didática matemática. O Movimento da Educação Matemática teve início com as colocações do livro denominado *A Psicologia do número*, de McLellan e Dewey, em 1895.

O passo mais importante no estabelecimento da Educação Matemática, como uma disciplina, é devido ao eminente matemático Felix Klein (1849-1925), que publicou um livro seminal, em 1908, *Matemática elementar sob o ponto de vista avançado*. Klein (1908 *apud* D'AMBRÓSIO, 2004, p. 71-72) defende uma apresentação nas escolas que se atenha mais a bases psicológicas que sistemáticas.

A consolidação da educação matemática como uma subárea da matemática e da educação, de natureza interdisciplinar, se dá, com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob a liderança de Felix Klein.

A Educação Matemática na concepção de Higginson

Neste artigo, assume-se a concepção de Educação Matemática proposta por Higginson no artigo *On the foundation of Mathematics Education*, decorrente de estudos em sua licença sabática (1979-80) na Universidade de Cambridge. A questão formulada por Higginson (1980, p. 3): "Por que é que, depois de mais de um quarto de um milênio, os educadores de Matemática ainda estão no estágio de procurar a 'composição' metodológica apropriada para superar as dificuldades dos estudantes no ensino da Matemática?". Antes de prosseguir com a questão, é desejável explicitar três pressupostos sobre a natureza e eficácia da Educação Matemática subjacente às observações que seguem, conforme Higginson (1980, p. 3):

I: Existem indivíduos que têm, como uma parte de sua responsabilidade

profissional, a consideração e ações sobre questões relacionadas à aquisição de conhecimento matemático. Esses indivíduos, cujos números incluem sala de aula, professores, escritores de *curriculum*, educadores de professores e pesquisadores, são “educadores de matemática” e a disciplina que engloba suas preocupações profissionais é a “educação matemática”.

II: O objetivo de um educador de matemática é aperfeiçoar tanto de pontos de vista intelectuais como emocionais a experiência de aprendizagem matemática do estudante.

III: A experiência de aprendizagem de matemática para a maioria dos estudantes não foi intelectualmente nem emocionalmente satisfatória; sua exposição à matemática não foi prazer, nem os fez competentes.

Considerando essas premissas, os educadores de Matemática têm a obrigação de ponderar esse estado de coisas. Por que tantas crianças têm tanta dificuldade em aprender matemática? Para o autor, a questão não é nem trivial, nem fácil de responder e há muitas respostas diferentes dadas. Em seu entendimento, que se corrobora, Higginson (1980, p. 3) considera que,

[...] não vamos começar a fazer progressos significativos em lidar com esta questão até que conhecer mais plenamente os fundamentos da nossa disciplina. Fundamental para o que segue é a convicção de que temos uma visão excessivamente estreita dos fatores que influenciam nossa disciplina. Não conseguimos criar nenhuma metodologia ou metodologia maior e coerente na educação matemática, em grande parte porque ignoramos alguns aspectos essenciais de seus fundamentos.

Outra questão, colocada pelo autor, é decisiva para o que aqui se propõe é saber se há algo além de Matemática significativamente envolvida na Educação Matemática. Essa questão está na

raiz de um dos mais sérios problemas. O fosso de incompreensão entre matemáticos e educadores matemáticos é o sentimento de alguns matemáticos pesquisadores de que nada mais do que a Matemática realmente conta na Educação Matemática (HIGGINSON, 1980).

A afirmação clássica dessa visão foi feita por G. Hardy³ no contexto de discurso presidencial à Associação Médica, em 1925. No ensino de Matemática, Hardy (1925, p. 309) afirmava: “há apenas uma coisa da importância primária, que o professor deve fazer uma tentativa honesta de entender o assunto que ele ensina e também pode, e deve, expor a verdade a seus alunos até os limites de sua paciência e capacidade”.

Mesmo do ponto de vista conservador de Hardy, a importância das habilidades e interesses mentais dos indivíduos é indiretamente reconhecida. Além disso, “envolvido como esteve há tantos anos no sistema de exame competitivo dos ‘trijos’⁴ de Cambridge, Hardy não teria defendido a homogeneidade da capacidade do estudante” (HIGGINSON, 1980 p. 4).

Em tempos mais recentes, acrescentar a consciência das muitas características matemáticas dos processos gerais de pensamento significou que a subclasse do desenvolvimento cognitivo tornou-se a parte da Psicologia mais interessada para os educadores de Matemática.

Argumenta-se que a batalha pelo reconhecimento da dimensão psicológica na Educação Matemática é utilizada há algum tempo, para quase todos os aspectos. Outros fatores, como o social e cultural, são reconhecidos a partir da dinâmica interpessoal das salas de aulas.

Para Higginson (1980), em outro nível, os valores culturais, condições econômicas, a estrutura social e o avanço da tecnologia da informação e comunicação presente nas escolas exercem influência considerável.

Dessa forma, é possível considerar várias Ciên-

³ Godfrey Harold Hardy foi um matemático inglês. É conhecido principalmente na teoria dos números e análise matemática. De 1931 a 1942, foi professor sandleiriano de Matemática Pura na Universidade de Cambridge. Nascimento: 7 de fevereiro de 1877, Cranleigh, Reino Unido. Falecimento: 1 de dezembro de 1947, Cambridge, Reino Unido (GODFREY [...], 2023).

⁴ Tripos era um tipo de exame rigoroso para estudantes de Matemática da Universidade de Cambridge. Esses exames se originam em Oxford e Cambridge, e são encontrados em seu pleno desenvolvimento apenas lá, embora tenham sido copiados até certo ponto por nossas universidades modernas. Eles são descritos como exames de “honra” e se orgulham particularmente de suas tradições e seus “padrões”.

cias Sociais incorporadas em uma denominação mais ampla, a Sociologia. A dimensão psicológica da Educação Matemática preocupa-se principalmente com a forma como o indivíduo aprende Matemática. A dimensão sociocultural lida com a influência de grupos de indivíduos e suas criações sobre essa experiência. É aqui, por exemplo, que o papel da linguagem é visto como muito importante. O argumento em relação a esse ponto é que a educação tem suas raízes nas três áreas relativamente distintas de Matemática, Psicologia e Sociologia.

Além disso, há que reconhecer o processo de ensino e aprendizagem como uma atividade essencialmente intelectual, fator importante, porém desconsiderado por ser raramente pensado como tal.

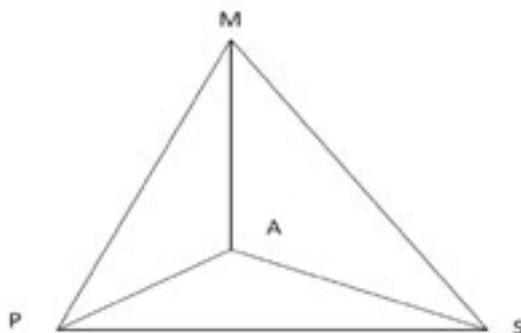
Para Higginson (1980, p. 4):

Toda a atividade intelectual é baseada em algum conjunto de suposições de um tipo filosófico. As suposições particulares variarão de disciplina

para disciplina e entre indivíduos e grupos dentro de uma disciplina para ser explicitamente reconhecido ou apenas tacitamente, mas sempre existirão reduzidas à sua essência. Essas suposições tratam de questões como a natureza do "conhecimento", "ser", "bom", "beleza", "propósito" e "valor". Mais formalmente temos, respectivamente, os campos da epistemologia, ontologia, ética, estética, teleologia e axiologia. Mais geralmente, temos as questões da verdade, certeza e consistência lógica. No caso da dimensão psicológica, há na dimensão filosófica um campo particular que é intimamente interconectado com idéias matemáticas. Neste caso, é a área da epistemologia.

Para Higginson (1980), a Educação Matemática é descrita como o modelo cuja imagem seria de um tetraedro (Figura 1), denominado MAPS, cujas faces são: M – Matemática; A – Filosofia; P – Psicologia e S – Sociologia. A questão "O que" diz respeito à dimensão da Matemática; "Por que" diz respeito à dimensão da Filosofia; "Quem" e "Onde" dizem respeito à dimensão da Sociologia e "Quando" e "Como" dizem respeito à dimensão da Psicologia.

Figura 1 – Tetraedro de Higginson



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 9).

As arestas, faces e vértices apresentadas pelo modelo de Higginson mostram as interações possíveis entre a Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia.

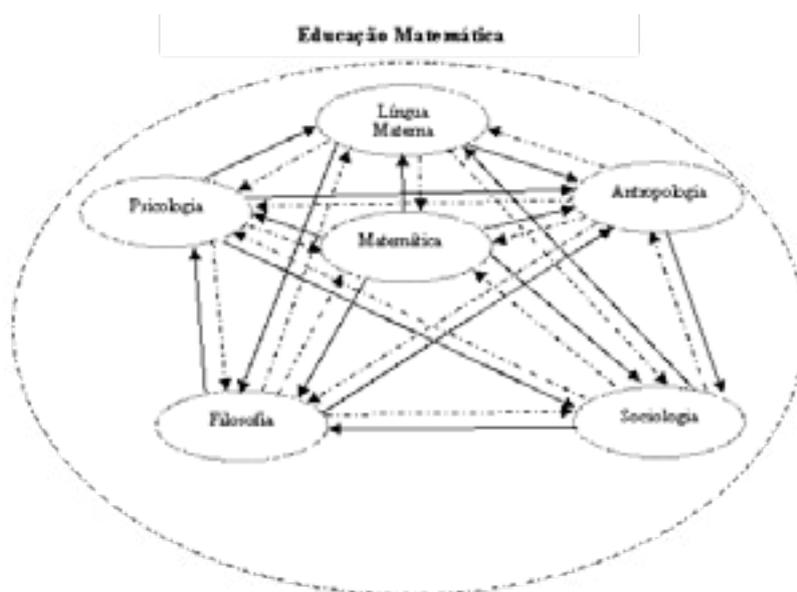
Para esse autor, existem áreas específicas do trabalho acadêmico, as quais podem se constituir em resultado de interações. Por exemplo: a aresta PS representa a área onde se entrecruzam os interesses da Psicologia e da Sociologia; de forma análoga, MP representa a área de

interesse da Matemática e da Psicologia; e MAP, a área em que confluem os interesses da Matemática, Filosofia e Psicologia. O modelo do tetraedro, proposto por Higginson, mostra interações possíveis entre as áreas da Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia. Além disso, os eventos de Educação Matemática mostram essa interação a partir de temas apresentados, tais como: "Matemática para Todos"; "Matemática no Currículo Escolar"; "Etnomatemática"; e "Modelagem Matemática" (BURAK; KLÜBER, 2008, p. 95).

Nessa perspectiva, é razoável admitir que a interação é possível ao se considerar a Educação Matemática em uma perspectiva que não se prende especificamente à visão da Ciências Naturais e Exatas, mas que dialoga com outras áreas do conhecimento, à luz das Ciências Humanas e

Sociais. Higginson (1980) admitia outras áreas passíveis de serem incorporadas à Educação Matemática, entre elas a linguagem, a antropologia e a informática que o são, nos estudos de Burak e Klüber (2008), uma nova configuração para a Educação Matemática, conforme a seguir:

Figura 2 – Nova configuração da Educação Matemática



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 98).

Neste artigo, aprofundam-se duas concepções predominantes de Educação Matemática vigentes no ensino da Matemática. A primeira, conforme literatura disponível, considera o Movimento Matemática Moderna como um Movimento da Educação Matemática. No processo de ensino e aprendizagem, privilegia a perspectiva da Matemática no aspecto das Ciências Naturais. Em relação à metodologia, ao método quantitativo e quanto ao conceito de educação, alinha-se mais à forma tradicional⁵ de ensino. Outra visão de Educação Matemática tem como fundamentos os pressupostos de Higginson (1980) e o processo de ensino e aprendizagem privilegia uma visão de Matemática que se alinha às Ciências Humanas e Sociais, pois a Matemática está estreitamente vinculada às disciplinas da Educação. A metodologia segue o método qualitativo e a

concepção de educação é inovadora, traz uma mudança paradigmática, inovadora, algo que muda diametralmente, no caso do ensino da Matemática, a forma de abordagem e de ver o estudante como eu psicológico.

Para sintetizar, afirma-se que a Educação Matemática na visão da Matemática e a Educação Matemática no entendimento da Educação Matemática, sob os pressupostos de Higginson (1980), diferem ao menos em três aspectos: pela natureza, pela metodologia e pelo objeto. A natureza da Matemática, por ser axiomática, envolve a lógica, enquanto a natureza da Matemática na Educação Matemática envolve a Matemática, a Psicologia, Sociologia e a Filosofia. Quanto à Metodologia a Educação Matemática no ponto de vista da Matemática envolve o método quantitativo, modelo da agricultura, segundo Rius (1989)

⁵ Concebe-se como tradicional o ensino centrado na memória, regras, definições, repetições e problemas descontextualizados.

na Educação Matemática, na posição de Higginson, a metodologia segue mais uma perspectiva antropológica, método qualitativo. E quanto ao objeto de estudo, a Educação Matemática que segue as Ciências Naturais prioriza a construção do conhecimento matemático. E o objeto da Edu-

cação Matemática no pensamento da Educação Matemática de Higginson (1980) há prioridade, mais especificamente, para os processos que tratam do ensino e da aprendizagem. O Quadro 1 sintetiza isso.

QUADRO 1 – Concepções de Educação Matemática vigentes no ensino de Matemática

Concepção de Educação Matemática	Natureza	Metodologia	Concepção de Educação	Objeto
Concepção das Ciências Naturais	Matemática e a Lógica	Método quantitativo	Tradicional	Construir teorias a partir de padrões, formular conjecturas e estabelecer novos resultados
Concepção das Ciências Naturais Humanas e Sociais	Matemática Filosofia Sociologia Psicologia	Método qualitativo	Inovador	Preocupação com o complexo processo de ensino e aprendizagem

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Modelagem na concepção da Educação Matemática

Esclarecidos alguns pontos relativos aos Movimentos Matemática Moderna e Movimento Educação Matemática, aborda-se a concepção de Modelagem denominada de Modelagem na Educação Matemática, que segue os pressupostos de Burak (1992) e Higginson (1980). Essa formulação de Modelagem foi construída nos trabalhos de dissertação (1985) e tese (1992) e aperfeiçoada ao longo das últimas quase quatro décadas, seja em nomenclaturas adequadas à ideia e principalmente pela adoção do Paradigma Emergente de Santos (2006) e da Epistemologia do Pensamento Complexo e da Complexidade de Morin (2003), além dos referenciais teóricos em relação às teorias da Educação, da Aprendizagem, da Cognição e teoria do desenvolvimento humano.

A Modelagem na Educação Matemática como uma metodologia de ensino da Matemática, voltada prioritariamente à Educação Básica e à formação de professores que ensinam Matemática e as suas práticas leva em consideração dois princípios: (1) interesse do(s) grupos e (2) a coleta

dos dados, sempre que possível, deve ser no local em que se dá o interesse do(s) grupo(s). São sugeridas cinco etapas, não rígidas: (1) escolha do tema; (2) pesquisa exploratória; (3) levantamento do(s) problema(s); (4) resolução do(s) problema(s) e o trabalho com conteúdos relativos ao tema; e (5) análise crítica da(s) solução(ões).

- **Escolha do tema:** os temas, para as práticas com Modelagem, parte do interesse dos estudantes. Podem envolver assuntos atuais, tais como saúde, esporte, política, economia, agricultura, pecuária, inundações etc. Ao professor que não tiver vivenciado práticas com Modelagem sugere-se desenvolver práticas com um único tema, inicialmente.
- **Pesquisa exploratória:** a pesquisa exploratória se dá com o objetivo de conhecer mais sobre o tema escolhido. A pesquisa exploratória envolve a busca em *sites*, a literatura sobre o assunto, a conversa e entrevista com especialistas sobre o tema.
- **Levantamento do(s) problema(s):** a partir dos dados coletados na pesquisa exploratória nos vários meios de infor-

mações, internet, entrevistas, literatura sobre o assunto entre outros, dá-se a etapa do levantamento dos problemas. É quando nas práticas com modelagem se fazem os questionamentos e se levantam problemas. Os problemas são matemáticos ou aqueles que envolvam assuntos relativos ao meio ambiente, aspectos culturais, econômicos e outros.

- **Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema:** essa etapa usa os conhecimentos matemáticos. É quando faz sentido o trabalho com operações, equações, sistemas de equações, funções, porcentagem, matriz, geometria plana e espacial, que ganham significado. Muitas vezes, para Burak (2010), o professor vale-se das situações empíricas para os primeiros resultados e as primeiras aproximações e mais tarde, ou mesmo, na sequência, desenvolve o conteúdo de forma analítica, com alguma formalização matemática.
- **Análise crítica da(s) solução(ões):** essa etapa da Modelagem é um momento ímpar para analisar e discutir a solução ou as soluções dos problemas levantados. É quando se fazem as considerações e análises das hipóteses levantadas. É importante para o aprofundamento de aspectos matemáticos e não matemáticos envolvidos no tema. Sob o aspecto da Matemática, analisa-se a coerência e a consistência lógica da solução ou das soluções encontradas.

É uma fase em que se discute com o grupo ou grupos os cuidados com a linguagem, com as restrições necessárias, em muitas ocasiões. Também é um momento propício para se mostrar e comentar as soluções empíricas e as mais formais, pois, muitas vezes, nessa fase de escolaridade, parte-se do empírico para o formal. Mostra-se a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimentos, enfim é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões.

Tão importante quanto trabalhar os aspectos

matemáticos das situações, os aspectos não matemáticos se revestem da mesma relevância, pois são formadores de valores e de atitudes permanentes, desenvolvidos e incorporados nesse período de formação (BURAK, 2010).

Burak (2010, p. 23) coloca seu entendimento sobre a construção de modelos nessa fase da escolarização.

No âmbito da Educação Básica, o trabalho com os modelos matemáticos, na perspectiva de Modelagem assumida não constitui prioridade. A maioria dos conteúdos trabalhados, nesse nível de escolaridade, vale-se de modelos já prontos: funções, equações lineares ou quadráticas, fórmulas das áreas de figuras planas e espaciais. Na perspectiva de Modelagem trabalhada, modelo pode ser entendido como uma representação, e dessa forma contempla e engloba além dos modelos matemáticos e outros como uma lista de supermercado, a planta de uma casa, entre outros. Os modelos podem ser construídos para expressar uma situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem, ou não se conhece um modelo, então, nesse caso, os modelos são construídos. Muitas vezes, nesse nível de ensino, um modelo simples que reproduza as características do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar é suficiente e, ainda tem-se que levar em consideração o instrumental matemático disponível nesse período de escolarização. Outras vezes a confecção experimental de um modelo, nessa fase de escolarização é muito interessante e permite alcançar objetivos tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos.

Relações das etapas da Modelagem com concepção da Educação Matemática

Neste item, a proposta é detalhar as relações existente entre as dimensões propostas por Higginson (1980), percebidas a partir das etapas, durante a realização de práticas com Modelagem na Educação Matemática. São elas a dimensão da Sociologia (representando as várias Ciências Sociais), da Psicologia, da Filosofia e da dimensão Matemática.

Na etapa da escolha do tema, a partir de pequenos grupos (3 a 4) participantes, constituídos por livre escolha dos estudantes, inicia a escolha do tema, que pode ser uma forma

de os estudantes expressarem seus interesses, cultura, cotidiano e curiosidades. Muitos desses aspectos são de natureza social, pois envolvem o meio, expressam a cultura, a arte local etc. Ai se apresentam as Ciências Sociais, uma área científica que se ocupa de estudar a organização das sociedades e culturas atuais.

Para esse entendimento, é necessário conhecer e entender origens e desenvolvimento, características de indivíduos e grupos. Cumpre-se o primeiro princípio para o desenvolvimento das práticas com Modelagem na Educação, conforme Burak (2004), partir sempre do interesse do(s) grupo(s): "interesse significa que o eu e o mundo exterior se acham juntamente empenhados em uma situação em marcha" (DEWEY, 1979, p. 137). O interesse, para Dewey (1979), não é determinado somente pelo objeto, é uma atitude do sujeito frente ao objeto. Uma das principais críticas elaboradas por Dewey à escola tradicional é que ela acreditava, e ainda acredita, que educar seja apenas visitar tudo aquilo que se encontra no passado, através da transmissão de conhecimentos que se encontram nos livros ou no próprio professor.

Sob o ponto de vista da Psicologia, a escolha do tema promove discussões, interações e a necessidade de argumentação para a defesa do tema escolhido. Favorece a exposição de tipos de comportamentos que podem ser trabalhados pelo professor, durante a realização das sucessivas práticas com Modelagem.

A etapa denominada **pesquisa exploratória** também envolve dimensões da Psicologia, principalmente a cognição, que inclui diferentes processos. A aprendizagem dos dados coletados envolve a memória, o raciocínio sobre aspectos do tema pesquisado, a linguagem de comunicação do material coletado, a transformação dos dados em conhecimento para utilizar e direcionar ações e tomadas de decisões do que selecionar sobre o tema. Nessas tomadas de decisões, surgem as opções de tratamento: sobre aspectos matemáticos, aspectos sociais, culturais e econômicos.

Além disso, a ética, requerida desde a escolha

do tema, dos instrumentos de coleta de informações inclui as dimensões sociais e filosóficas, quando se entende a razão ou motivo de expor determinados aspectos.

Na etapa do levantamento do(s) problema(s), encontram-se várias dimensões da Educação Matemática. Os problemas abarcam as dimensões da Matemática e das dimensões sociais, culturais e econômicas. A dimensão filosófica está presente, mas reduzida à sua essência: natureza do conhecimento, ser, bom, beleza, propósito e valor, representando os campos da epistemologia, ontologia, ética, estética, teleologia e axiologia, conforme Higginson (1980).

Na etapa da resolução do(s) problema(s) e o trabalho com os conteúdos no contexto do tema é o momento em que se usa o instrumental matemático, é a dimensão da Matemática, aplicação das teorias, métodos matemáticos, a construção de conceitos e conhecimentos matemáticos. No entanto, existe uma forte relação também com a dimensão psicológica, envolvendo ainda a dimensão sociológica, nos processos de pensamento de aprendizagem da Matemática, principalmente na Educação Infantil e anos iniciais.

Para Wallon (1949), a criança deve ser estudada na sucessão das etapas de desenvolvimento caracterizadas pelos domínios funcionais da afetividade, do ato motor e do conhecimento, entendidos como sendo desenvolvidos primordialmente pelo meio social. A Psicologia da cognição estuda todas as formas de conhecimento e, por conseguinte, o pensamento, o raciocínio, a compreensão e a meta cognição. Desse modo, pode-se depreender que a cognição está ligada à aprendizagem e ao desenvolvimento intelectual ou no das emoções, por meio do raciocínio, percepção, linguagem, memória, entre outros.

Etapa da análise crítica(s) da(s) solução(ões). A etapa da análise crítica da solução ou soluções do(s) problema(s) levantado(s). Nas práticas com Modelagem, os estudantes são incentivados a questionar. Por exemplo, a partir dos dados levantarem questões sobre o tema. Essas ações de se autoquestionar permitem ao estudante atingir um nível de consciência mais elevado.

Assim como o professor torna-se um profissional reflexivo capaz de analisar a própria prática, o estudante também o é, à medida que seja incentivado a utilizar as funções cognitivas. Mesmo que o professor não seja, na sua essência, reflexivo pode incentivar o estudante a sê-lo quando formula problemas, quando levanta hipóteses, quando tem a liberdade de criar estratégias de soluções. Assim, as dimensões da Psicologia, da Matemática e a sensibilidade para os problemas sociais, dos problemas matemáticos que o tema favorece, mostra um potencial de aprendizagem maior para os estudantes.

Considerações finais

O artigo explicitou aspectos que envolveram os dois Movimentos da Matemática vivenciados no Brasil: O Movimento Matemática Moderna e o Movimento da Educação Matemática. Embora alguns autores os considerem um só, eles têm diferenças pela natureza, pelo método e pelo objeto que seguem.

Há ainda uma diferença epistemológica entre eles, enquanto o Movimento Matemática Moderna vincula-se mais estreitamente à Ciências Naturais e segue os pressupostos da racionalidade científica da ciência moderna (SANTOS, 2006), por sua vez o Movimento Educação Matemática, vincula-se segundo Kilpatrick (1996, p. 13), de forma mais natural às Ciências Sociais, quando se manifesta que "A profissão de ensinar Matemática é comumente a província da faculdade de Educação, e Educação Matemática como um campo acadêmico adequa-se melhor entre as Ciências Sociais mais do que entre as Ciências Naturais".

Segundo Higginson (1980), a Educação Matemática, ao envolver a Filosofia, a Sociologia, a Antropologia e a Linguagem, as Ciências Sociais, envolve além da Ciências Naturais, as Ciências Sociais e algumas das Ciências Humanas.

Dessa forma, a Modelagem Matemática na Educação Matemática segue os pressupostos de Higginson (1980) e por partir de temas apresenta de forma natural caráter interdisciplinar. Assim, nessa metodologia de ensino da Matemática, o tema possibilita um tratamento do assunto que

foge à concepção estreita de disciplina, conecta-se a outras dimensões e áreas do conhecimento que não seriam tratadas na visão da Modelagem Matemática.

Nesse sentido, segue também a epistemologia do pensamento complexo, quando trata um tema de maneira mais abrangente, que olha os aspectos matemáticos e os não matemáticos do tema em estudo. É nesse entendimento que se considera que a Modelagem concebida pela Educação Matemática apresenta potencial para um salto qualitativo no processo de ensino e aprendizagem, principalmente quando voltado à Educação Básica.

Referências

- ÁVILA, G. O ensino de matemática. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 23, p. 1-7, 1. trim. 1993.
- BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 1., 2004. *Anais [...]*. Londrina: UTFPR, 2004.
- BURAK, D. *Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, São Paulo, 1987.
- BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar da educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, São José do Rio Preto, v. 1, n. 1, p. 10-26, 2010.
- BURAK, D. *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 10, p. 93-106, jul./dez. 2008.
- D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática como disciplina. *In: MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização*. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, p. 70-93, set./dez. 2004. p. 71-73.
- DEWEY, J. *Democracia e educação: capítulos essenciais*. Tradução: Marcus Vinicius da Cunha. São Paulo: Ática, 2007.
- DEWEY, J. *Democracia e educação: introdução à filosofia da educação*. Tradução: Goldofredo Rangel; Anísio Teixeira. São Paulo: Nacional, 1979.
- FIORENTIN, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v. 3, n. 1, p. 1-38, 1995.

GODFREY Harold Hardy. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. [San Francisco: Wikimedia Foundation], 18 jul. 2023. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Godfrey_Harold_Hardy. Acesso em: 14 dez. 2023.

HARDY, G. H. What is Geometry? Presidential address to the Mathematical Association, *Mathematical Gazette*, v. 2, n. 175, p. 309-316, 1925.

HIGGINSON, W. On the foundations of Mathematics Education. Montreal; Québec: LM Publishing Association, 1980. Mimeografado.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. Tradução: Rosana G. S. Miskulin et al. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99120, jan./jun. 1996.

KLINE, M. *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LIMA, E. L. Conceituação, manipulação e aplicações: os componentes do ensino da matemática. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 41, p. 1-6, 1999.

McLELLAN, J. A.; DEWEY, J. The Psychology of Number and its application to methods of teaching Arithmetic. New York: D. Appleton, 1895. (International education series, v. 33).

MIGUEL, A.; FIORENTINI D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geômetra: para onde pende o pêndulo. *Pro-Proposições*, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MORIN, E. *A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento*. 8. ed. Rio de

Janeiro: Bertrand Brasil, 2003.

PIAGET, J. *Psicologia e pedagogia*. Tradução: Dirceu A. Lindoso; Rosa M. R. da Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1970.

PSICOLOGIA COGNITIVA. In: Infopédia: dicionários Porto Editora. Porto: Porto Editora, c2023. Disponível em: [https://www.infopedia.pt/\\$psicologia-cognitiva](https://www.infopedia.pt/$psicologia-cognitiva). Acesso em: 21 jan. 2023.

RIUS, E. B. Educación matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología. *Educación Matemática*, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 30-36, 1989.

SANTOS, B. S. *Um discurso sobre as ciências*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

SOARES, F. *Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?* 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

WALLON, H. *Les origines du caractère chez l'enfant*. Paris: P.U.F., 1949.

Dionisio Burak

Doutor em Psicologia Educacional pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professor pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO). Professor pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, na Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG).

Endereço para correspondência

DIONÍSIO BURAK

Rua Cônego Braga, 1650

Batel, 85015-330

Guarapuava, PR, Brasil

Os textos deste artigo foram revisados pela Texto Certo Assessoria Linguística e submetidos para validação dos autores antes da publicação.