Revista da Graduação

Vol. 4	No. 2	2011	24

Seção: FACULDADE DE MATEMÁTICA

Título: Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra

Autor: Alessandra Fabian Sortisso

Este trabalho está publicado na Revista da Graduação.
ISSN 1983-1374
http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/10090/7120

CONSIDERAÇÕES INICIAIS DE UMA PROFESSORA EM FORMAÇÃO SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA[1]

Alessandra Fabian Sostisso[2]

Resumo

A álgebra é apresentada como uma linguagem matemática estruturada por rígidas regras e formalizações. Na escola é o momento de "seleção" para os alunos e mesmo aqueles que são "selecionados" não formulam ideia sobre qual é o sentido de estudar álgebra, aprendendo-a somente para o período escolar e não para a vida. Esse trabalho traz as primeiras ideias de uma professora em formação. Nesse sentido, foi estudado o desenvolvimento da álgebra desde o período babilônio e grego até o período do renascimento, momento em que grandes nomes se destacaram e fizeram a matemática do período antigo emergir de maneira tal como conhecemos hoje, conforme os textos estudados. Para refletir sobre o ensino e aprendizagem da álgebra, buscou-se compreender e debater as ideias de Lins e Gimenez quanto às características do pensamento algébrico e aritmético.

Introdução

Alfabetizar algebricamente os alunos no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante. As dificuldades desse processo provêm da forma já pronta de como a álgebra é introduzida aos alunos, fazendo com que esses não saibam como aplicá-la de modo significativo. Assim, quando a álgebra é introduzida é comum ouvir dos alunos que eles não sabem quais são suas utilizações, ou em termos matemáticos, quais são suas aplicações práticas. Mas, a partir de certo momento os alunos param de questionar a respeito de seu uso e da maneira como deve ser entendida sua linguagem formal; é o início de uma aceitação quanto ao caráter de ferramenta para resolver exercícios. Em verdade, estão sob a pressão institucional, colocada na forma de demanda, para obter aprovação nas provas referentes a esse conteúdo.

Segundo Lins e Gimenez (1997), autores escolhidos para desenvolvimento dos primeiros estudos sobre essa disciplina, não existe conexão entre o ensino da aritmética e o

[1] Artigo de conclusão da disciplina de Estágio IV.

[2] Aluna do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Matemática, PUCRS.
e-mail: alessandra.sostisso@acad.pucrs.br

ensino da álgebra. O que se aprende em aritmética está desvinculado do que é aprendido em álgebra; ideia da compartimentação de conteúdos há muito tempo criticada. Sendo assim, acredita-se que essa é uma ideia improdutiva para aprendizagem. É preciso estar sempre atento para o objetivo esperado por todo professor que é o sucesso da aprendizagem em termos de desenvolvimento do pensamento algébrico e também aritmético. A concepção da compartimentação, do isolamento entre esses dois domínios, pode ser bem expressa pela existência de uma "pasta" para a aritmética e outra para a álgebra. "*É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*" (Lins e Gimenez, p. 10, 1997)

Enquanto processos matemáticos, a álgebra e a aritmética precisam ser desenvolvidas a partir do desencadeamento dos processos de abstração e generalização. Tanto os conceitos aritméticos quanto os conceitos algébricos necessitam de uma representação e de uma lógica matemática que possibilite sua elaboração. De acordo com Lins e Gimenez (1997), entende-se que a álgebra, a aritmética e a geometria constituem os alicerces da matemática escolar relativamente ao ensino fundamental. Ensinar álgebra é possibilitar a formação do pensamento algébrico do indivíduo; como professores, concordamos com essa premissa.

Visão pela história

Com relação às raízes da álgebra, pela história, conforme os estudos realizados sobre o texto de Eves (1997), situam-se na formalização e sistematização de algumas técnicas de resolução de problemas surgidas na Antiguidade. Na antiga Babilônia foi registrado o desenvolvimento de sistemas aritméticos avançados. Os primeiros estudos de álgebra foram achados no Egito em 2.000 a.C. no papiro de Rhind, documento mais antigo da matemática que foi escrito pelo escriba Ahmés no qual existem referências sobre a álgebra (de cerca de 1650 a.C.). É de amplo conhecimento que neste documento estão detalhadas as soluções de 85 problemas de aritmética e de álgebra. Apreende-se que com o passar do tempo o conceito de equação passou a ser definido e a álgebra começou a ser entendida como o estudo da resolução de equações.

Andando alguns séculos chega-se à figura de Al-Khowârizmî, considerado pelos autores estudados, primeiro matemático a usar o termo "álgebra", compartilhando com Diofanto de Alexandria o crédito de fundador da álgebra. Tendo sido considerado responsável pelos números indianos a notação posicional decimal para o Ocidente. Em Eves (1997) considera-se que suas contribuições impactaram a linguagem. Seu livro tido como mais importante foi *Al-jabr wa'l muqabalah*, onde se supõe, conforme registrado em Eves (1997), tenha originado o termo álgebra. É relato que nesse livro, Al-Khowârizmî se expressa totalmente em palavras, até mesmo os números são escritos em palavras ao invés de símbolo; contendo exposição direta e elementar da resolução de equações, especialmente de segundo grau, apresentando significados incertos para os termos *al-jabr* e *muqabalah*. Conforme as informações em sites como a Wikipédia, é suposto que *al-jabr* signifique "restauração" ou "completação" e refere-se à transposição de termos subtraídos para o outro lado da equação; quanto à palavra *muqabalah*, parece significar "redução" ou "equilíbrio" e refere-se à cancelamento de termos semelhantes em lados opostos da equação.

Em sites como Wikipédia, é dito que a obra de Diofanto diferencia-se da álgebra numérica babilônica porque busca soluções exatas, positivas e racionais de equações determinadas e indeterminadas; em razão de seus números serem abstratos e não se referirem a medidas concretas como dimensões geométricas ou unidades monetárias. É relatado que em seus seis livros há um uso sistemático de abreviaturas para potências de números e para relações e operações. Ainda, Diofanto é reconhecido como mais vinculado à matemática da parte oriental do que à parte grega, tendo em seus estudos desenvolvido diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações. Os enunciados dos problemas, por ele formulados, eram expressos primeiramente em linguagem não matemática e passavam a incluir termos abreviados.

Conforme Gimenez e Lins (1997), a álgebra de Al-Khowârizmî não é uma evolução e nem está contida no trabalho de Diofanto. Para os autores, a álgebra que Al-Khowârizmî desenvolveu é pobre, pelo ponto de vista técnico, em relação a aritmética desenvolvida por Diofanto. Também, segundo os mesmos, para Al-Khowârizmî os números são associados a segmentos e áreas, ou seja, são vistos como grandezas geométricas; já para Diofanto isso é impossível. Em Al-Khowârizmî fala-se de número, em Diofanto isso não é número.

Dos estudos a partir de Eves (1997), pode-se destacar François Viète, advogado francês, que decifrava códigos secretos das mensagens espanholas, considerado responsável pela formalização do trabalho com álgebra. Apaixonado por álgebra, François Viète viveu de 1540 até 1603 e passou para a história como o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da matemática. Por isso, ficou conhecido como Pai da Álgebra.

Um segundo nome que se destaca pelas lentes de Eves (1997) é Scipione del Ferro, notado como tendo sido o primeiro a resolver a equação geral do 3.º grau, não tendo publicado seu trabalho. Enquanto Tartaglia produz o mesmo resultado, publicado por Cardano na sua *Ars Magna*. A equação geral do 4.º grau é resolvida por Ferrari. O sucesso destes matemáticos italianos do Renascimento marca um momento importante na história da Matemática, pois, a ciência moderna ultrapassava os êxitos obtidos da Antiguidade. Os processos de resolução de equações de 3° grau fazem surgir a necessidade dos números complexos. A sintaxe cálculo literal aparece envolvendo noções da aritmética, da geometria e da estrutura algébrica proposta por Abel e Galois.

Segundo especialistas no desenvolvimento histórico da álgebra considera-se, em geral, que podem ser reconhecidos três estágios: o primitivo ou retórico, em que tudo era completamente escrito em palavras; um intermédio ou sincopado, em que foram adaptadas algumas abreviaturas e convenções; e um final ou simbólico, em que são usados somente símbolos.

> "*Mostre que, se você souber a soma e a diferença de dois números, é sempre possível descobrir os números. Dê sua resposta da forma mais geral possível* (...) *Primitivo: Você pega a diferença e tira da soma, depois divide o resultado por dois; esse é um dos números. Para achar o outro, soma a diferença ao primeiro*". (Lins e Gimenez, 1997, p. 92 e 93).

Solução Sincopada: $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=2 \end{cases}$

Solução Simbólica: $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=b \end{cases}$

> "*Embora a linguagem ordinária ou retórica seja um meio de comunicação de idéias, a matemática desenvolveu historicamente sua própria linguagem, notadamente escrita e simbólica, para comunicar suas idéias e conceitos*" (Fiorentini, Fernandes e Cristovão, 2005, p. 6).

Visão pela escola

> *"De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde 1799, momento em que a álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil, até início da década de 1960, prevaleceu um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial. A matemática escolar, como já mencionado, era apresentada dividida em compartimentos estanques*". (Araújo, p. 1)

Da história se tem uma visão e da escola, em razão das muitas dificuldades que os alunos apresentam, se tem outra visão completamente diferente sobre a álgebra. Do parágrafo acima, juntamente com as concepções de Lins e Gimenez, (1997), apreende-se que primeiro é estudada a aritmética, depois a álgebra e, em seguida, a geometria, sem articulação entre esses campos. Sendo que a álgebra costuma ser apresentada como tendo caráter mais técnico instrumental no sentido de ser útil para resolver equações e problemas.

Tradicionalmente, no Brasil, o ensino da álgebra tem início na sexta série, quando as letras são apresentadas com a função de representar valores que, de início, são desconhecidos e que por meio de relações determinadas, em função do problema apresentado, podem ser encontrados. Surge uma nova linguagem que busca traduzir em símbolos matemáticos ideias da forma “um certo número”.

Em Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), são destacadas três concepções de educação algébrica: *lingüístico-pragmática*, *fundamentalista-estrutural* e *fundamentalista-analógica*. Conforme os autores, a primeira concepção estendeu-se até a metade do século XX, a segunda concepção permaneceu vigente durante as décadas de 1970 e 1980. Da terceira concepção, por estar mais presente em nossos dias, merece que seja destacado o seguinte, na visão dos autores: é uma tentativa de sintetizar as duas idéias que lhe antecederam, fazendo uso de materiais como blocos de madeira e da balança. A importância desse destaque é o fato que se buscava modos de justificar as passagens algébricas, ideia resumida pelos autores no que segue

> “(...) *as três concepções enfatizam o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, priorizando o domínio, por parte do aluno, de habilidades manipulativas das expressões algébricas* (...) *Tradicionalmente o ensino da álgebra se sustenta na crença de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal ou através da manipulação da linguagem simbólica da álgebra*” (Fiorentini, Fernandes e Cristovão, 2005, p. 4).

O pensamento algébrico e o pensamento aritmético: uma sólida relação

Aritmética

A grande variedade de experiências com números que obtemos durante nosso processo de escolarização constrói o que se chama de sentido numérico. Se se questionar qualquer estudante sobre o que são “coisas” da aritmética, ele certamente responderá que são os números, as quatro operações e tabuada, por exemplo.

Os números têm a função de expressar quantidades no cotidiano, não são tratados de forma pura, ou seja, somente o que é a ideia do que eles representam. Mas, se falar em operações aritméticas nota-se que elas podem ser utilizadas de diferentes maneiras, por exemplo, para fazer um troco a maioria das pessoas utiliza o método de completar e não a subtração propriamente dita conforme observado no exemplo a seguir: “se vou pagar uma dívida de doze reais com cinqüenta e cinco centavos, e apresento ao caixa uma nota de vinte reais, a máquina registradora fornece o valor e o operador completa com quarenta e cinco centavos, que chegaria em treze reais e após os sete reais que faltam para completar a quantia que ele recebeu de vinte reais.”

De modo geral, os métodos aritméticos que a escola apresenta não são usados no cotidiano, constituindo-se, sim, em formas simplificadas na resolução de problemas. O que acontece é que a escola exige um algoritmo correto e exato, que esteja sustentado por suposições e provas. Isso mostra a visível diferença entre a matemática escolar e a matemática do cotidiano, pois cada uma possui seus métodos de resolução e seus significados. O que é necessário é reconhecer que as duas posições fazem parte da vivência do aluno. Porém, as experiências com aritmética dita do cotidiano não são reconhecidas pela escola. Segundo, os autores em que essa discussão se apóia, existe uma necessidade de que a escola participe da análise e da tematização dos significados da matemática do cotidiano, colaborando para o desenvolvimento de novos significados.

Com relação a alguns dos recursos didáticos usados por professores, os autores tecem algumas críticas como, por exemplo, qual sentido de somar a temperatura de Salvador e Porto Alegre. Ou ainda, como débito vezes débito resultaria em saldo? Outra pergunta interessante é: Existe sentido multiplicar dívidas?

Álgebra

Segundo LANE E BIRKHOFF (1967 apud USISKIN, 1988):

> *“A álgebra começa com a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas multiplicações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como adição e a multiplicação, contanto que essas operações satisfaçam certas regras básicas*”.

Quando existe a ação do pensamento formal a atividade algébrica se torna uma manifestação deste pensamento. A atividade algébrica é um processo que descreve como a álgebra acontece. Assim, as diferentes contextualizações referentes às concepções algébricas têm raízes nas diferentes contextualizações da atividade algébrica.

De acordo com Lins e Gimenez (1997), a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Então, o objetivo de desenvolver o estudo da álgebra na sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico, “*A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra*” (Lins e Gimenez, 1997, p. 137).

A linguagem pela qual a álgebra se manifesta é composta por símbolos e rígidas regras, as letras são chamadas de variáveis ou incógnitas para servirem de auxilio na resolução de equações e sistemas. Inicialmente, o trabalho com a álgebra é dirigido às equações, as letras são aprendidas como um valor numérico que é desconhecido e que será determinado após alguns ou uma série de cálculos. Na sua abordagem mais elementar as equações e os sistemas de equações possuem um determinado conjunto solução, dependendo de seu universo, pois a incógnita é somente um valor desconhecido a ser descoberto e não algo que “varia”.

A linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico. Porém, o pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem em sala de aula, disso pode-se concluir que a álgebra perdeu seu valor como um instrumento rico para o desenvolvimento de um raciocínio abrangente e dinâmico. Conforme Lins e Gimenez há uma concordância entre os conteúdos algébricos que devem ser ensinados, porém não existe uma concordância do que seja pensar algebricamente.

De nossos estudos em disciplinas de Álgebra, como aluna em um curso de licenciatura em Matemática, analisando a estrutura, pode-se dizer que os conteúdos são apresentados como uma rígida sequência de regras evidenciando, desse modo, a dependência de cada um dos tópicos relativamente ao anterior. Considerando esta afirmação em relação aos conteúdos e a experiência nas disciplinas, dir-se-ia que o ensino da álgebra apresenta-se em forma fragmentada, pois muitos tópicos não são vencidos em alguma etapa da escolaridade e também não são retomados, são deixados de lado e na apresentação de um novo conteúdo a dificuldade em formar o pensamento algébrico do estudante torna-se maior.

Cabe ao professor pensar seriamente no papel da álgebra na escola e principalmente na formação do pensamento algébrico do aluno, pois este pensamento relaciona-se, no processo de escolarização, com o pensamento aritmético e geométrico. Não se pode deixar uma defasagem no aprendizado e na construção matemática do estudante. Sendo apresentado de forma fragmentada o ensino da álgebra é visto como um ente matemático que não se relaciona com a contextualização de conteúdos, ignora-se totalmente a formação das idéias em que a álgebra se apóia.

Das nossas observações em estágios escolares, são destacados os momentos de frustração dos alunos que não conseguem alcançar um desempenho satisfatório nas aulas de matemática por na maioria das vezes não entenderem a necessidade do aprendizado de determinada matéria ou assunto. Quanto ao que dizem os PCNs de matemática no ensino fundamental:

> *"Os adolescentes desenvolvem de forma significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de álgebra mais sólida e rica em significados."*(Brasil, 1997, p.117)

Porém, em sala de aula a atividade algébrica se resume a um "cálculo com letras", que desenha uma sequência técnica encontrada na maioria dos livros didáticos. Essa técnica baseia-se num método de estudo tradicionalista e não numa investigação ou reflexão, mostrando ser bastante ineficaz em termos de aprendizagem. Segundo Lins e Gimenez esta prática é muito popular, porque, de certo modo, os professores não estão preparados para lidar com este assunto e simplesmente seguem os livros que lhe oferecem, não conhecendo alternativas para tratar do ensino da álgebra. Contudo, parece ser provável que esta repetição associada ao livro represente para os professores a verdadeira atividade algébrica da sala de aula. Isso possui um lado de verdade e outro não. Como professores, precisamos da colaboração de editoras e das universidades para aumentar a produção de materiais que ofereçam alternativas de contextualização nos tempos atuais.

Em resumo, a separação entre o ensino da aritmética e o da álgebra é muito evidente e implica resultados ruins para a aprendizagem. Como campos matemáticos, a álgebra e a aritmética são ensinadas a partir de processos de abstração e generalização. O campo da aritmética é considerado mais simples, enquanto o campo para o desenvolvimento da álgebra é mais complexo. Por outro lado, argumenta-se que não há como pensar em ensinar aritmética sem pensar em álgebra, pois existe uma conexão matemática determinada entre ambas desde o inicio da alfabetização matemática do aluno. A álgebra, no contexto essencialmente matemático, não passa de uma aritmética generalizadora ou a estrutura da aritmética, criada para suprir as necessidades que a simples aritmética não conseguia suprir. Enquanto que no cotidiano o simples lidar com as operações elementares em nível de aritmética é suficiente para a maioria das pessoas.

As orientações dos PCN para o ensino da álgebra

As dimensões propostas para o ensino da Álgebra encontram-se explicitadas no PCN (BRASIL, 1998, 116-122):

- *Na dimensão Aritmética Generalizada* – uso das letras como generalização do modelo aritmético, com ênfase nas propriedades das operações;
- *Na dimensão Funcional* – o uso de letras como variáveis, expressa relações e funções;
- *Na dimensão Equação* – as letras entendidas como incógnitas, com ênfase na resolução de equações;
- *Na dimensão Estrutural* – letras como símbolos abstratos, ênfase nos cálculos algébricos e expressões.

Considerações Finais

Seguindo as concepções de Lins e Gimenez, é impossível não concordar que a ideia de ensinar primeiro a aritmética e depois a álgebra seja infundada e prejudicial para a aprendizagem do aluno. Porém, não se pode cometer o equívoco de pensar que a álgebra deve vir antes da aritmética. As crianças já chegam à escola com um conjunto de experiências aritméticas, cabe ao professor buscar a coexistência entre a formação do pensamento aritmético com o algébrico, trabalhando a partir da premissa que um implica o desenvolvimento do outro.

A álgebra, quando desenvolvida pelo modo tradicional, põe em questão técnicas de cálculo; deixa-se de lado o desenvolvimento do sentido numérico. Dessa forma a álgebra perde sua importância como ferramenta útil para a resolução de problemas, as crianças perdem a oportunidade de refletir sobre fatos genéricos apresentados em situações onde também a lógica das operações é desenvolvida.

O fracasso descrito pelos autores não está dentro dos muros da escola, mas sim na farsa das pessoas aprenderem o que é ensinado na escola apenas para a escola. Os alunos passam nas provas e exames escolares, mas a maioria não alcança o objetivo proposto de integrar o que aprende na escola com seu cotidiano, ou seja, esquecem o que aprenderam na escola.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs de Matemática)

> "(...) *a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como*

> *pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40 % de acerto em muitas regiões do país.*" (Brasil, 1998, p.115-116).

Segundo Lins e Gimenez: "*é difícil organizar um currículo para a álgebra, pois os tópicos tradicionais são tão tradicionais são tão relevantes quanto a sua inclusão tradicional em currículos parece indicar*". (Lins e Gimenez, 1997, p. 101).

Disso depreende-se que cabe ao professor fazer os conteúdos emergirem de modo concreto, relacionando-os às situações do cotidiano.

> "*A educação aritmética tem sido, até aqui, insuficiente em termos de seu alcance, ao passo que a educação algébrica tem sido insuficiente em termos de objetivos. Enquanto a educação aritmética precisa ampliar o conjunto de habilidades e atividades que considera – com vistas sempre no desenvolvimento do sentido numérico como nós o descrevemos –, a educação algébrica precisa passar a considerar também o fato de que qualquer aspecto técnico só pode se desenvolver se, ao modo de produção de significado que o sustenta – e, portanto, à lógica das operações subjacente -, o aluno confere legitimidade. Em ambos os casos, o da aritmética e o da álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se a passarmos a pensar em termos de significados sendo produzidos no interior de atividades, e não, como até aqui, pensarmos em termos de técnicas ou conteúdos*" (Lins e Gimenez, 1997, p. 160).

Para esses autores, não se deve centrar as discussões em decidir se precisam e quando devem ser vistos determinados algoritmos; é no momento da atividade que se observará sua importância e os significados que eles desenvolvem como ferramenta ou objeto. Fica então a proposta dos autores de se desenvolver o senso numérico em vez de atividade aritmética e também produção de significados algébricos e não aprendizagem de álgebra. Também fazem referência ao objetivo da educação aritmética e algébrica, isto é, desenvolver a capacidade de pôr em atividade as habilidades e competências de resolver e interpretar problemas, investigando e explorando situações, produzindo diferentes modos de pensar.

Com base nessas premissas, conclui-se que a educação algébrica e atividade algébrica se concretizam "(...) *na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo*" (Lins e Gimenez, 1997, p. 109).

Bibliografia

ARAÚJO, E. A. Contextualização do ensino da álgebra e formação de professores**.** Disponível em: <www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr12c.doc>. Acesso em 01 de julho de 2011.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2005.

Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>. Acesso em 01 de julho de 2011.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J.. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP. Papirus, 1997.

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL (País). Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – Matemática.** Brasília: MEC, 1998.

EVES, H.. **Introdução a História da Matemática.** Campinas, SP. Editora Unicamp, 1997.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis**.** In: **As ideias da álgebra**. Org.: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. (Trad.: DOMINGUES, Hygino) - São Paulo: Atual, 1995.

pt.wikipedia.org/wiki/História_da_matemática. Acesso em outubro de 2011.