

## **A Compreensão da Matemática Financeira a partir do Estudo de Funções**

André Rodrigues Horta – [kastelha@hotmail.com](mailto:kastelha@hotmail.com)

Monica Bertoni dos Santos – [bertoni@puccrs.br](mailto:bertoni@puccrs.br)

### **Resumo**

O presente projeto, fundamentado principalmente nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), uma atividade obrigatória de disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática B do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Matemática (FAMAT) da PUCRS, trata da preparação, da realização e da avaliação de oficinas extra-classe destinadas a alunos do ensino fundamental de uma escola estadual de Porto Alegre. Seus objetivos e metodologia visam a relacionar, de maneira contextualizada, os conteúdos de Funções e de Matemática Financeira e a contribuir para que os alunos envolvidos tenham oportunidade de desenvolver o seu Raciocínio Lógico e entender a Matemática como importante para sua formação como cidadãos.

**Palavras-chave: Ensino de Matemática. Oficinas. Ensino contextualizado.**

### **Introdução**

A idealização deste projeto de ensino, realizado na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática B do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da PUCRS, vem da constatação da carência da população, em particular dos alunos do Ensino Médio, em relação ao entendimento da Matemática, como elemento fundamental tanto para o desenvolvimento do Raciocínio Lógico, quanto para a melhor compreensão das questões do cotidiano, a exemplo das Funções e da Matemática Financeira.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio (1999),

A Matemática no ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as tarefas humanas. (p.251).

O principal objetivo desta pesquisa foi introduzir os conceitos básicos de Capitalização Simples e Capitalização Composta a partir do estudo de Funções, de seus conceitos e propriedades.

## **Justificativa**

Na sociedade em que vivemos, é notório o crescimento e a proliferação de pequenos bancos e financiadoras que oferecem empréstimos e crédito à população. Cada vez mais, as compras a prazo estão presentes no cotidiano do cidadão brasileiro que têm que tomar decisões a respeito dessas questões, para as quais nem sempre ele está preparado.

Segundo o artigo, **Compras a prazo podem resultar em descontrole financeiro**, publicado no dia 31 de março de 2007 no site da Rede Globo de Notícias, Portal da Amazônia:

Campanhas de marketing cada vez mais buscam atingir o bolso dos consumidores. Análises comprovam que quanto maior o número de parcelas oferecidas, maior o risco de inadimplência. Segundo levantamentos, a cada 10 pessoas, 8 estão endividadas por falta de planejamento e pela compulsão das compras a prazo.

A Matemática Financeira vem sendo deixada de lado como conteúdo a ser ensinado pelos professores no Ensino Médio. Com o objetivo de, através do estudo da Matemática Financeira relacionada com o estudo das Funções, preparar o aluno do Ensino Médio para a compreensão do mundo em seu entorno, proporcionando-lhe ainda ferramentas e subsídios para que ele como cidadão, possa discernir a melhor entre as opções que lhe são ofertadas, consideramos necessário rever e redimensionar os conteúdos tradicionalmente estudados no Ensino Médio e não simplesmente excluí-los, proporcionando aos alunos situações-problema que lhes permitam relacionar os conceitos, as representações e os raciocínios envolvidos nos diferentes conteúdos. (PCN ENSINO MÉDIO, 1999).

As Funções estudadas isoladamente perdem o caráter historicamente integrador que lhe é intrínseco. O conceito de Função e a sua representação em gráficos, permitem descrever e estudar o comportamento de fenômenos tanto do cotidiano, como de áreas do conhecimento como a Física, a Geografia, a Economia e tantas outras. (PCN ENSINO MÉDIO, 1999).

A possibilidade do estudo da Matemática Financeira aliado ao estudo das Funções pareceu-nos um tema a ser pesquisado, que nos poderia indicar uma forma diferente de trabalhar tais conteúdos.

## **Fundamentação Teórica**

Este Projeto está fundamentado nas Orientações Curriculares Para o Ensino Médio (2006), que foi objeto de estudo ao longo da disciplina Metodologia do Ensino de Matemática B.

O referido documento, entre outras coisas, enfatiza a necessidade de um estudo aprofundado do conteúdo de Funções, bem como a necessidade de relacionar e contextualizar os assuntos estudados com a realidade do aluno, preparando-o tanto para um estudo a Nível Superior como para ingressar no mercado de trabalho. Por isso, a relevância de trabalhar o conteúdo de Matemática Financeira aliado ao estudo das Funções, devido a sua aplicabilidade no cotidiano.

Estudar o conteúdo de Matemática Financeira, a partir do estudo de Funções vai ao encontro das recomendações das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), o que nos dá a oportunidade de aplicar, no Ensino Médio, metodologias que privilegiam a resolução de problemas e, de uma certa forma, em especial, a Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática tomada como “um processo dinâmico utilizado para a obtenção de modelos matemáticos” (BASSANEZI, 2002, p.24) é eficiente a partir do momento em que “nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com *aproximações* da realidade” (Ibidem, p.24) e, pode ser considerada como um método a ser aplicado em várias situações de ensino e aprendizagem.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), “A escolha dos conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um ‘fazer matemático’ por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento”. (p. 70).

Quanto às Funções, entre outras coisas, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) enfatizam que: “É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes Modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento”(p. 72). Ainda mais, que : “Sempre que possível, os gráficos devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis, [...] o que permite avançar na compreensão do comportamento das funções”. (p.72).

## Conceitos Básicos de Matemática Financeira

Para falar em Matemática Financeira, inicialmente temos de definir alguns conceitos básicos, como os de Juro, Capital, Taxa de Juros, Capitalização Simples e Composta e Montante. Para isto, usaremos as definições de (VIEIRA, 2000, DAL ZOT,2006).

**Juro** é a remuneração do capital emprestado, podendo ser entendido, de forma simplificada, como sendo o aluguel pago pelo uso do dinheiro.

Quem possui recursos pode utilizá-los de distintas maneiras: na compra de bens de consumo ou produção, na aquisição de serviços, pode investi-lo emprestando-o a terceiros ou, ainda, adquirindo títulos de renda fixa ou variável.

Ao se dispor a emprestar, o possuidor do dinheiro, para avaliar a taxa de remuneração para os seus recursos, deve atentar para os seguintes fatores:

- Risco: probabilidade de o tomador do empréstimo não resgatar o dinheiro;
- Despesas: todas as despesas operacionais, contratuais e tributárias para a formalização do empréstimo e à efetivação da cobrança;
- Inflação: Índice de desvalorização do poder aquisitivo da moeda previsto para o prazo do empréstimo;
- Lucro: fixado em função das demais oportunidades de investimentos, justifica-se pela privação por parte do seu dono, da utilização do seu do capital.

Portanto, a receita de juros deve ser suficiente para cobrir o risco, as despesas e a perda do poder aquisitivo do capital emprestado, além de proporcionar certo lucro ao seu aplicador.

Entende-se por **Capital**, do ponto de vista da Matemática Financeira, qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época. Em termos mais gerais, quantia de valor presente no momento da aplicação.

**Taxa de Juros** é a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no final de um certo período de tempo e o capital inicialmente aplicado (ou emprestado). Matematicamente essa razão é especificada da seguinte maneira:  $i = \frac{J}{P}$ , onde  $i$  é a taxa de juros,  $J$  o valor dos juros e  $P$  o capital inicial da aplicação.

**Capitalização Simples** é aquela em que a taxa de juros incide somente sobre o Capital Inicial, não incidindo sobre os juros acumulados.

Neste regime de Capitalização Simples, a taxa varia linearmente em função do tempo, ou seja, se quisermos converter a taxa de diária em mensal, basta multiplicar a taxa diária por trinta.

Como sabemos que a taxa de capitalização simples varia linearmente em função do tempo e que os juros obtidos em uma aplicação dependem apenas do valor aplicado  $P$  da taxa  $i$  e do prazo  $n$ , podemos deduzir o cálculo dos juros a partir da Equação Matemática  $J = P \times i \times n$ , onde  $J$  corresponde ao valor dos juros,  $P$  valor do capital inicial,  $i$  taxa de juros e  $n$  prazo da aplicação.

Utilizamos o termo **Montante** para indicar o valor do capital inicial adicionado ao valor dos Juros ao longo do prazo  $n$  da aplicação. Indicaremos o Montante por  $S$  onde  $S = P + J$ .

Como sabemos  $J = P \times i \times n$ , então temos que o Montante de uma aplicação ao regime de juros simples pode ser expressa pela equação (1)  $S = P + P \times i \times n$

Como já foi observado, os Juros crescem linearmente em função do tempo na Capitalização Simples. Sabemos que crescimento linear é uma característica das Funções de 1º Grau, logo a Função Juros em relação ao tempo pode ser escrita como  $J(n) = n \times k$ , onde  $k = P \times i$ . Neste caso, estamos adotando a Taxa de Juros fixa durante o prazo  $n$ .

Assim, substituindo  $k$  em (1) obtemos  $S(n) = n \times k + P$ , que é uma Função do tipo  $f(x) = ax + b$ , Função Polinomial do 1º Grau, que expressa o Montante em relação ao tempo. Desta forma, podemos observar que o Montante em relação ao tempo é expresso a partir de uma Função do 1º Grau, onde  $k$  é o coeficiente angular e  $P$  o coeficiente linear da reta, com  $n$  representando a variável independente e  $S$  a variável dependente da Função.

A partir disto, podemos aplicar os conceitos de Função de polinomial do 1º Grau no tratamento da Capitalização Simples.

**Capitalização Composta** é aquela em que a taxa de juros incide sobre o capital inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior. Neste regime de capitalização, o valor dos juros também cresce em função do tempo. Utilizaremos a mesma simbologia da Capitalização Simples

Partindo da Capitalização Simples temos  $S = P(1 + i \times n)$ , devido à definição de Capitalização Composta onde a taxa de juros incide sobre o valor acumulado, podemos deduzir a fórmula da seguinte maneira:

$$\text{No primeiro mês temos: } S_1 = P + P \times i = P + Pi = P(1 + i)$$

$$\text{No segundo mês temos: } S_2 = S_1 + S_1 \times i = S_1(1 + i) = P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$$

$$\text{No terceiro mês temos: } S_3 = S_2 + S_2 \times i = S_2(1 + i) = P(1 + i)^2(1 + i) = P(1 + i)^3$$

Desta maneira, prosseguindo o cálculo das parcelas, obtemos:

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-1} \times i = S_{n-1}(1 + i) = P(1 + i)^1(1 + i)^{n-1} = P(1 + i)^n$$

Sendo  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  os montantes depois do 1º, do 2º, do 3º e do  $n$ -ésimo mês da aplicação do capital.  $P$ , o capital inicial, portanto é constante assim como a taxa de juros  $i$ .

Podemos perceber que o expoente de  $(1 + i)$  sempre será correspondente ao período que queremos encontrar. Portanto, no mês  $n$  teremos  $S = P \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i) \times \dots \times (1 + i) = P \times (1 + i)^n$ . Para o regime de Capitalização Composta utilizaremos  $S = P(1 + i)^n$ .

Analisando a equação  $S = P(1 + i)^n$  podemos observar a influência da taxa de juros, ao longo do prazo de duração  $n$ , sobre um capital ao regime de Capitalização Composta.

Assim, podemos escrever a Função Montante na Capitalização Composta da seguinte maneira  $S(n) = P(1 + i)^n$  onde  $S$  (Montante) é a variável dependente e  $n$  (Prazo) é a variável independente. Equação característica de uma Função Exponencial de Grau  $n$ .

A partir disto podemos aplicar os conceitos de Função Exponencial no tratamento da Capitalização Composta.

### **O trabalho de campo realizado no ano de 2007**

A pesquisa de campo foi realizada com alunos de uma escola de Ensino Médio de Porto Alegre e constou de quatro oficinas que foram planejadas a partir das seguintes questões norteadoras do Projeto:

- O que e como é ensinado o conteúdo de Funções no Ensino Médio?

- O conteúdo é trabalhado com os alunos a partir de uma metodologia de resolução de problemas práticos do cotidiano?
- Os temas trabalhados sobre Funções são contextualizados?
- O adolescente é capaz de ter interesse por um assunto mais teórico?

Iniciaram-se as atividades a partir do estudo de regularidades, de uma idéia intuitiva de relação entre variáveis (dependente e independente) que, após a sua contextualização em situações-problema da realidade dos alunos, foi trabalhada de maneira mais formal, utilizando conceitos matemáticos para definir claramente a idéia de Função. A partir disto, foram estudados os conceitos e propriedades das Funções Polinomiais do 1º Grau e da Função Exponencial, com o objetivo de aplicar estes conhecimentos na resolução de situações-problema, que podem estar presentes na vida dos alunos.

Das quatro oficinas idealizadas, foram realizadas apenas duas no ano de 2007, em virtude do calendário da escola não mais possibilitar a sua execução, estando, no entanto, providenciadas as datas para 2008 para a complementação do projeto.

As oficinas que foram realizadas na primeira semana de outubro do ano de 2007, contaram com a participação de duas turmas de alunos, com, aproximadamente 25 alunos cada uma, o que evidenciou o interesse dos jovens pelo uso da Matemática no cotidiano.

É importante ressaltar que os encontros foram realizados em horário extra classe, sendo a frequência facultativa para os alunos que participaram de maneira ativa, interagindo e questionando bastante. No desenvolvimento das oficinas, foram utilizados exemplos e problemas da realidade, buscando-se trabalhar metodologias como a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

No início e no fim do projeto, foi proposta uma pequena avaliação dos alunos sobre conteúdos abordados nas oficinas, a fim de poder coletar dados e fazer uma análise com o objetivo de acompanhar a evolução do processo de ensino e aprendizagem dos alunos ao longo das oficinas.

A primeira realizou-se no início das oficinas e a outra, após as duas primeiras.

O instrumento aplicado era composto por 6 questões mais diretas sobre Funções e uma de cunho mais qualitativo apresentadas a seguir:

1) O que você entende por Função Matemática?

- 2) Você consegue relacionar o conteúdo de Funções com algo do seu dia-dia ou alguma outra área do conhecimento sem ser a Matemática?
- 3) O que você entende por Crescimento Linear?
- 4) O que você entende por Crescimento Exponencial?
- 5) A partir de seus conhecimentos, fale um pouco sobre Função do 1º Grau?
- 6) A partir de seus conhecimentos, fale um pouco sobre Função do 2º Grau?
- 7) Você possui interesse sobre o estudo de Funções? Justifique.

Demos um tratamento mais descritivo à análise das respostas referentes às seis primeiras questões das duas avaliações, comparando-as, posteriormente, através de um rápido resumo estatístico.

Para analisar a evolução do desempenho dos alunos, foi utilizada uma escala crescente de zero a três pontos, a partir da qual foram dispostos os dados nos quadros a seguir:

Aluno	Pontos Atingidos na 1ª Questão	Pontos Atingidos na 2ª Questão	Pontos Atingidos na 3ª Questão	Pontos Atingidos na 4ª Questão	Pontos Atingidos na 5ª Questão	Pontos Atingidos na 6ª Questão	Total de Pontos Atingidos na Avaliação
1	0	1	1	1	0	0	3
2	1	0	1	0	0	0	2
3	0	0	0	1	2	0	3
4	0	0	0	1	1	0	2
5	0	1	1	0	0	0	2
6	1	1	1	1	0	1	5
7	1	2	1	1	0	0	5
8	0	1	2	2	2	1	8
9	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1	1	0	0	2
11	0	1	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0	1	1	3
14	1	1	0	1	1	1	5
15	1	2	3	3	2	2	13
16	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0

Quadro 1: referente aos resultados da primeira avaliação, dos alunos que participaram das duas oficinas.

Aluno	Pontos Atingidos na 1ª Questão	Pontos Atingidos na 2ª Questão	Pontos Atingidos na 3ª Questão	Pontos Atingidos na 4ª Questão	Pontos Atingidos na 5ª Questão	Pontos Atingidos na 6ª Questão	Total de Pontos Atingidos na Avaliação
1	2	3	3	3	3	3	17
2	3	3	3	3	2	2	16
3	3	3	3	3	3	3	18
4	2	2	3	3	3	3	16
5	3	3	2	3	2	2	15
6	2	2	3	3	2	2	14
7	2	3	3	3	3	2	16
8	1	1	2	1	3	3	11
9	3	2	2	3	2	3	15
10	1	2	2	3	2	2	12
11	1	2	3	2	0	1	9
12	2	2	3	3	2	2	14
13	2	2	3	3	2	2	14
14	3	3	3	2	3	3	17
15	3	3	3	3	3	3	18
16	2	2	3	3	1	1	12
17	2	2	1	1	1	1	8

Quadro 2: referente aos resultados da segunda avaliação, dos alunos que participaram das duas oficinas.

Os resultados expressos nas tabelas anteriores foram comparados a partir de um resumo estatístico descritivo expresso abaixo, o que nos possibilitou verificar, através das médias, que houve aprendizagens realizadas nas oficinas.

Média de Pontos Atingidos na 1ª Questão	0,294
Média de Pontos Atingidos na 2ª Questão	0,647
Média de Pontos Atingidos na 3ª Questão	0,647
Média de Pontos Atingidos na 4ª Questão	0,706
Média de Pontos Atingidos na 5ª Questão	0,529
Média de Pontos Atingidos na 6ª Questão	0,353
Média dos Pontos Atingidos Pelos Alunos	3,176
Pontuação Máxima Atingida	13
Pontuação Mínima Atingida	0

Quadro 3: referente à primeira avaliação.

Média de Pontos Atingidos na 1ª Questão	2,176
Média de Pontos Atingidos na 2ª Questão	2,353
Média de Pontos Atingidos na 3ª Questão	2,647
Média de Pontos Atingidos na 4ª Questão	2,647
Média de Pontos Atingidos na 5ª Questão	2,176
Média de Pontos Atingidos na 6ª Questão	2,235
Média dos Pontos Atingidos Pelos Alunos	14,235
Pontuação Máxima Atingida	18,000
Pontuação Mínima Atingida	8,000

Quadro 4: referente à segunda avaliação

A última questão foi analisada de maneira qualitativa visto que envolvia um dos principais objetivos das Orientações Curriculares para o Ensino Médio que é o de preparar e dar subsídios tanto para os alunos de Ensino Médio que vão dar continuidade

aos seus estudos (Nível Superior), como aos que pretendem ingressar no Mercado de Trabalho, podendo-se perceber três enfoques distintos abordados pelos alunos e que os motivaram para o estudo de Funções:

- a maioria dos alunos reconheceu que teve um estudo defasado do conteúdo, com uma base muito fraca e praticamente nenhuma relação ou aplicação do que foi estudado com suas realidades;

- um grupo menor manifestou ter interesse pelo referido estudo, devido ao desejo de ingressar em um curso de Nível Superior diretamente relacionado à Matemática, o que caracteriza a vontade de prosseguir os estudos;

- um grupo menor, disse ter interesse sobre o assunto de Funções, visto que o mesmo está relacionado com outras áreas conhecimento, mesmo não sabendo ao certo quais as áreas e de que maneira isso acontece.

### **Considerações Finais**

Embora não tenhamos conseguido realizar as quatro oficinas planejadas, a frequência espontânea dos alunos nas oficinas, o seu interesse e a seriedade com que responderam às avaliações, os resultados coletados e analisados a partir das duas oficinas, encorajaram-nos a concluir que é possível trabalhar os conteúdos de maneira integrada, e não “engavetada”, como se trabalha na maioria das escolas. Conseguimos relacionar os conceitos de um dos principais conteúdos a serem ensinados para quem pretende seguir os estudos a Nível Superior, as Funções, com outro que é de extrema importância para que um indivíduo realize conscientemente suas opções de vida e possa ingressar no mercado de trabalho, a Matemática Financeira, atendendo, assim ao que sugerem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006).

Entendemos que é nossa missão, como educadores, preparar e educar matematicamente nosso aluno para a vida em uma sociedade globalizada.

Os resultados parciais deste projeto de ensino, baseado no entendimento da Matemática Financeira através do Estudo de Funções, que terá sua continuidade no ano de 2008, foram apresentados no Seminário sobre Ensino-Aprendizagem de Funções realizado na UFRGS, pelo Instituto de Matemática no dia 31 de outubro de 2007.

## Referências

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Ciências da natureza , matemática e suas tecnologias**. In: Orientações Curriculares para o Ensino Médio –volume 2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006.

DAL ZOT, W. **Matemática Financeira**. Porto Alegre: Editora UFRGS .2006.

VIEIRA, S., DUTRA, J. **Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 2000.

Portal da Amazônia. **Compras a prazo podem resultar em descontrole financeiro**. (Acesso em janeiro de 2008, publicado em 31 de março de 2007). Disponível em <http://portalamazonia.globo.com/noticias.php?idN=50745&idLingua=1>